

Alumno/a _____ Curso _____ Grupo _____

Matemáticas I. 1º BACH. EXAMEN PARCIAL 3º EV.

19-ABRIL-2018

Ejercicio nº 1.-Halla la posición relativa de la recta $r: x + y = 2$ con respecto a la circunferencia

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$$

Solución:

· Hallamos el centro y el radio de la circunferencia:

$$\text{Centro} = C \left(\frac{-2}{2}, \frac{-4}{2} \right) = C(-1, -2)$$

$$\text{Radio} = R = \sqrt{1 + 4 - 1} = \sqrt{4} = 2$$

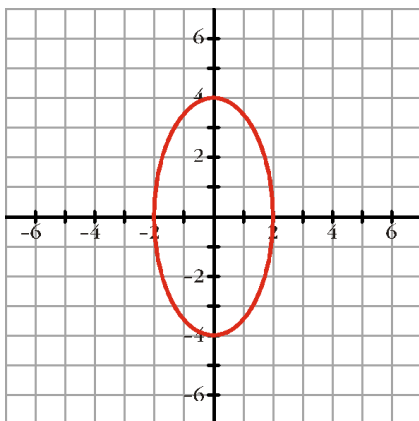
· Hallamos la distancia del centro a la recta dada:

$$\text{dist}(C, r) = \frac{|-1 - 2 - 2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \approx 3,53 > 2 = \text{radio}$$

Por tanto, la recta es exterior a la circunferencia.

Ejercicio nº 2.-

Halla los semiejes, los focos y la excentricidad de la siguiente elipse. Escribe su ecuación:



Solución:

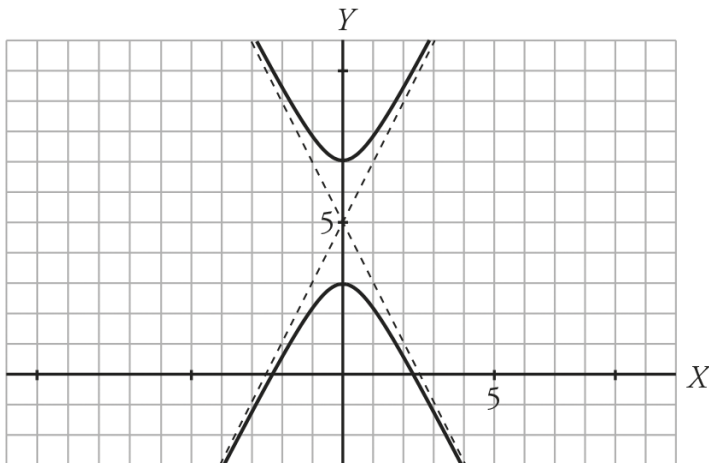
Semieje mayor: 4; semieje menor: 2

Focos: $F(0, \sqrt{12})$ y $F'(0, -\sqrt{12})$ Excentricidad: $\frac{\sqrt{12}}{4} \approx 0,87$

Ecuación: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

Ejercicio n° 3.-

Escribe la ecuación de la siguiente hipérbola e indica sus focos, excentricidad y asíntotas:



Solución:

Ecuación: $\frac{(y-5)^2}{4} - x^2 = 1$

Focos: $F(0, 5 + \sqrt{5})$

$F'(0, 5 - \sqrt{5})$

Excentricidad: $e = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,12$

Asíntotas: $y = 2x + 5$ $y = -2x + 5$

Ejercicio n° 4.-

Asocia a cada una de las siguientes gráficas su correspondiente ecuación:

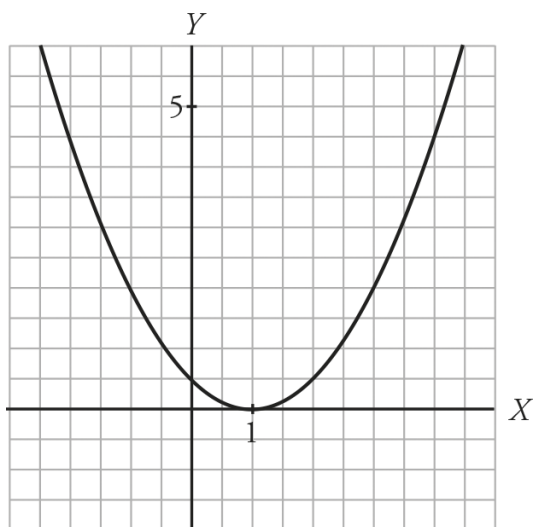
a) $y = \frac{2}{x} + 3$

b) $y = -\sqrt{x+1}$

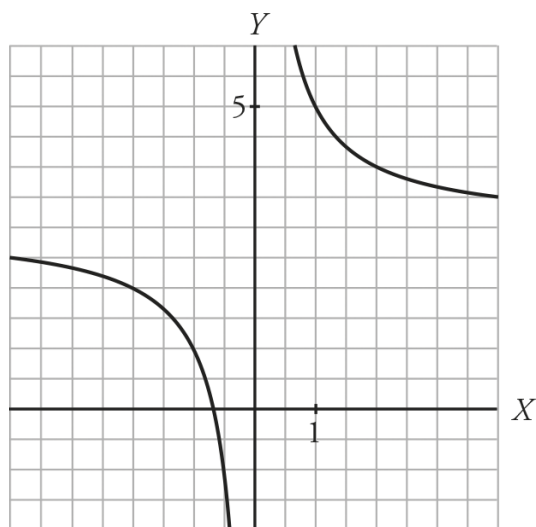
c) $y = 2^{x-1}$

d) $y = \frac{(x-1)^2}{2}$

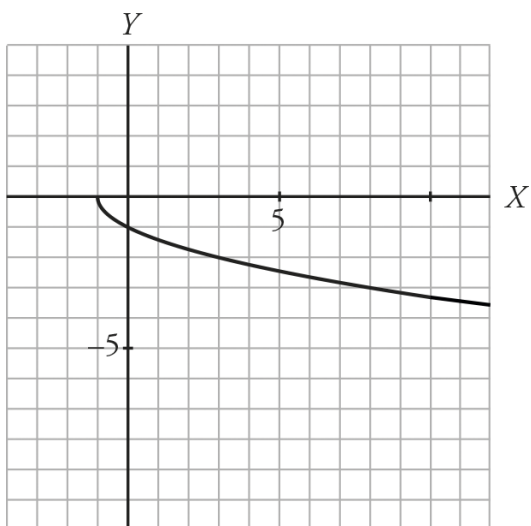
I)



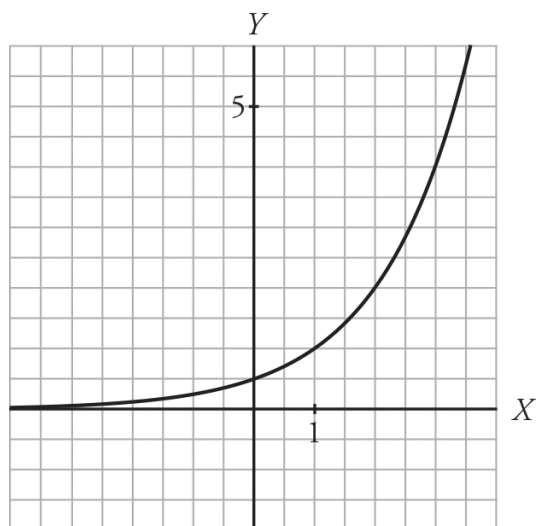
II)



III)



IV)



Solución:

- a) II
- b) III
- c) IV
- d) I

Ejercicio n° 5.-

Sabiendo que $f(x) = x - x^2$ y $g(x) = \text{sen } x$, halla :

- a) $(g \circ f)(x)$
- b) $(g \circ g)(x)$

Solución:

a) $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x - x^2) = \text{sen}(x - x^2)$

$$b) (g \circ g)(x) = g[g(x)] = g(\sin x) = \sin(\sin x)$$

Ejercicio n° 6.-

Obtén la función inversa de:

$$f(x) = \frac{2-3x}{4}$$

Solución:

Cambiamos x por y y despejamos la y :

$$x = \frac{2-3y}{4} \Rightarrow 4x = 2-3y \Rightarrow 3y = 2-4x \Rightarrow y = \frac{2-4x}{3}$$

Por tanto:

$$f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{3}$$

Ejercicio n° 7.-

Representa gráficamente la siguiente función:

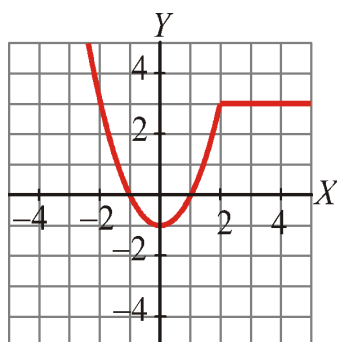
$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \leq 2$, tenemos un trozo de parábola.

Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

La gráfica es:



Ejercicio n° 8.-

El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo, t en años, viene dado por:

$$B(t) = -t^2 + 12t - 31, 4 \leq t \leq 7$$

a) Cuál es el dominio de la función?

b) Representa gráficamente la función $B(t)$.

c) ¿Para qué valores de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende?

Solución:

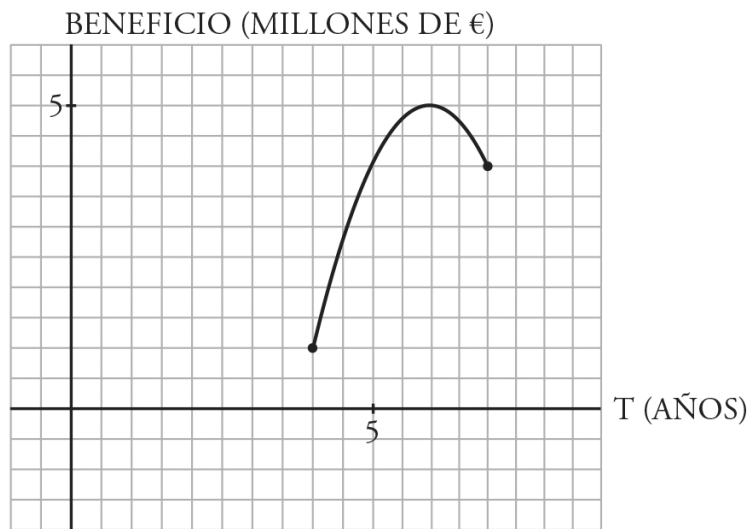
a) El dominio es $\text{Dom} = [4, 7]$.

b) Es un trozo de parábola con vértice en:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{-2} = 6 \rightarrow y_v = B(6) = 5 \rightarrow v(6,5)$$

Los extremos son $B(4) = 1$ y $B(7) = 4$.

Por tanto la gráfica es:



c) El beneficio máximo nos lo da el vértice de la parábola, es decir, se alcanza para $t = 6$ años y asciende a $B(6) = 5$ millones de euros.