INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EL ESCORIAL Alumno/a____ Curso _____ Grupo ______ Matemáticas 3º ESO. UNIDADES 4. PROGRESIONES 5-DICIEMBRE-2017	CALIFICACIÓN

Ejercicio nº 1.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $\begin{cases} a_1 = 7, \quad a_2 = 5 \\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \end{cases}$

a.2) $b_n = 3^{n-1}$

b) Halla el término general de la siguiente sucesión:

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 7$, $a_2 = 5$, $a_3 = -2$, $a_4 = -7$, $a_5 = -5$

a.2) $b_1 = 1$, $b_2 = 3$, $b_3 = 9$, $b_4 = 27$, $b_5 = 81$

b)

$$a_n = \frac{n+1}{n+2}$$

Ejercicio nº 2.-

a) Indica si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas o geométricas y calcula su diferencia o su razón:

m) 6, 11, 16, 21, 26… s) 3, 4, 3, 4, 3, … t) 1/4, 1/16, 1/64, 1/256, ...

b) Calcula el término general de las sucesiones anteriores que sean progresiones aritméticas o geométricas.

Solución:

a) La sucesión m) es una progresión aritmética de diferencia $d = 5$.

La sucesión s) no es una progresión aritmética ni geométrica.

La sucesión t) es una progresión geométrica de razón $r = 1/4$.

b) El término general de m) es $a_n = 6 + (n - 1) \cdot 5 = 5n + 1$

El término general de t) es $a_n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \rightarrow a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{4^n}$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = -7$.

Solución:

$a_7 = a_3 + 4d \rightarrow -7 = 1 + 4d \rightarrow -8 = 4d \rightarrow d = -2$

$a_1 = a_3 - 2d = 1 + 4 = 5$

$a_{15} = a_1 + 14d = 5 - 28 = -23$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(5 - 23) \cdot 15}{2} = -135$$

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 24 = 3 \cdot r^3 \rightarrow 8 = r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow r = 2$

$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{384 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = 765$$

Ejercicio nº 5.-

Antonio decide invertir 25 000 € en un negocio a lo largo de cuatro meses. Las cantidades aportadas cada mes forman una progresión aritmética. Calcula el dinero que aporta cada mes sabiendo que el último mes puso 4 500 € más que el primer mes.

Solución:

Llamamos a_1= dinero aportado el primer mes.

$$S_4 = 25000 \rightarrow 25000 = \frac{(a_1 + a_4)\cdot 4}{2} \rightarrow 25000 = (a_1 + a_4)\cdot 2 \rightarrow 12500 = a_1 + a_4$$

Pero $a_4 = a_1 + 4\,500$, luego:

$12\,500 = a_1 + a_4 = a_1 + a_1 + 4\,500 \rightarrow 8\,000 = 2a_1 \rightarrow a_1 = 4\,000 \rightarrow a_4 = 4\,000 + 4\,500 = 8\,500$

Por tanto,

$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 8\,500 = 4\,000 + 3d \rightarrow 4\,500 = 3d \rightarrow d = 1\,500$

Las cantidades invertidas desde el primer mes hasta el cuarto mes han sido 4 000 €, 5 500 €, 7 000 €, 8 500 €.

Ejercicio nº 6.-

Supongamos que un folio tiene un grosor aproximado de 0,01 cm.

a) ¿Cuánto medirá el grosor del folio si lo doblo por la mitad?¿Y si lo doblo por su nueva mitad?

b) ¿De qué tipo de progresión se trata? Escribe sus 4 primeros términos y deduce su expresión general.

c) ¿Cómo calcularías el grosor que alcanzaría el folio si pudiésemos doblarlo de la forma que se indicaba en el apartado a hasta 15 veces?

d) Si la torre Eiffel mide 300 metros. ¿Cuántas veces tendría que doblarlo como mínimo para que superase su altura?

Solución:

a) Si lo doblo por la mitad medirá el doble. 0,01+0,01=2*0,01=0,02 cm. Si lo doblo una vez más por la mitad el grosor será 0,02 + 0,02 = 2*0,02= 0,01+0,01+0,01+0,01 =4*0,01= 0,04 cm.

b) Se trata de una progresión geométrica:

a_1= 0,01 cm; a_2= 0,02 cm; a_3= 0,04 cm; a_4= 0,08 cm.

La expresión general de una progresión geométrica es: $a_n = a_1 * r^{n-1}$

Así que en nuestro caso es: $a_n = 0{,}01 * 2^{n-1}$

c) Si pudiésemos doblarlo 15 veces el grosor sería:

$a_{15} = 0{,}01 * 2^{14} = 163{,}84$ cm

d) Si lo doblo 16 veces, como mínimo, su grosor sobrepasaría la altura de la torre Eiffel.

$a_{16} = 0{,}01 * 2^{15} = 327{,}68$ cm