

# 2

## ARITMÉTICA MERCANTIL

### Página 48

#### PARA EMPEZAR, REFLEXIONA Y RESUELVE

##### Problema 1

- ¿En cuánto se transforman 250 euros si aumentan el 12?

$$250 \cdot 1,12 = 280 \text{ €}$$

- Calcula en cuánto se transforma un capital  $C$  si sufre un aumento del:

a) 10%    b) 20%    c) 6%    d) 6,5%    e) 1%    f) 0,3%

a)  $1,10 C$ ;    b)  $1,20 C$ ;    c)  $1,06 C$ ;    d)  $1,065 C$ ;    e)  $1,01 C$ ;    f)  $1,003 C$

##### Problema 2

- ¿En cuánto se transforman 250 euros si disminuye el 12?

$$250 \cdot 0,88 = 220 \text{ €}$$

- Calcula en cuánto se transforma un capital  $C$  si sufre un aumento del:

a) 10%    b) 20%    c) 6%    d) 6,5%    e) 1%    f) 0,8%

a)  $0,90 C$ ;    b)  $0,80 C$ ;    c)  $0,50 C$ ;    d)  $0,94 C$ ;    e)  $0,935 C$ ;    f)  $0,992 C$

### Página 49

##### Problema 3

- Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

a)  $C \rightarrow 1,15 C$

b)  $C \rightarrow 1,2 C$

c)  $C \rightarrow 1,042 C$

d)  $C \rightarrow 0,85 C$

e)  $C \rightarrow 0,8 C$

f)  $C \rightarrow 0,958 C$

a) Aumento del 15%

b) Aumento del 20%

c) Aumento del 4,2%

d) Disminución del 15%

e) Disminución del 20%

f) Disminución del 4,2%

- Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

a)  $8\,000 \text{ €} \rightarrow 9\,360 \text{ €}$

b)  $12\,560 \text{ €} \rightarrow 11\,932 \text{ €}$

c)  $12\,000 \text{ personas} \rightarrow 10\,320 \text{ personas}$

d)  $23\,500 \text{ personas} \rightarrow 31\,725 \text{ personas}$

a) Ha aumentado un 17%

b) Ha disminuido un 5%

c) Ha disminuido un 14%

d) Ha aumentado un 35%

## Página 50

1. Una raqueta de tenis valía, al comienzo de temporada, 28 euros. A lo largo del año sufrió las siguientes variaciones: subió un 20%, bajó un 25%, subió un 5%, bajó un 12%. ¿Cuánto vale al final de temporada? ¿Cuál ha sido su índice de variación total? ¿Qué porcentaje ha de subir para volver a costar 28 €?

$$\text{Precio final} = 28 \cdot 1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,05 \cdot 0,88 = 23,2848 \text{ €}$$

$$\text{Índice de variación} = 1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,05 \cdot 0,88 = 0,8316 \text{ (baja el precio un 16,84\%)}$$

Como el precio final es de 23,28 €, hasta llegar a los 28 € debe subir:

$$28 - 23,28 = 4,72 \text{ €} \rightarrow \frac{4,72}{23,28} \cdot 100 = 20,27\%$$

## Página 51

1. Después de subir un 20%, un artículo vale 45,60 euros. ¿Cuánto valía antes de la subida?

$$1,2x = 45,60 \Rightarrow x = 38 \text{ €}$$

2. Después de rebajarse en un 35%, un artículo vale 81,90 euros. ¿Cuánto valía antes de la rebaja?

$$0,65x = 81,90 \Rightarrow x = 126 \text{ €}$$

## Página 52

1. ¿En cuánto se transforma un capital de 50 000 €, colocados al 12% anual, en 1, 2, 3, 4 y 5 años?

$$\text{En 1 año se transforma en } 50\,000 \cdot 1,12 = 56\,000 \text{ €}$$

$$\text{En 2 años se transforma en } 50\,000 \cdot 1,12^2 = 62\,720 \text{ €}$$

$$\text{En 3 años se transforma en } 50\,000 \cdot 1,12^3 = 70\,246,4 \text{ €}$$

$$\text{En 4 años se transforma en } 50\,000 \cdot 1,12^4 = 78\,675,97 \text{ €}$$

$$\text{En 5 años se transforma en } 50\,000 \cdot 1,12^5 = 88\,117,08 \text{ €}$$

2. ¿Cuántos años se necesitan para que se duplique?

Hacen falta 7 años para que se duplique.

## Página 53

3. Averigua en cuánto se transforma un capital de 100 000 € al 6% anual durante 4 años si los períodos de capitalización son:

a) años      b) meses      c) días      d) trimestres

$$\text{a) } 100\,000 \cdot 1,06^4 = 126\,247,70 \text{ €}$$

$$\text{b) } 100\,000 \cdot 1,005^{48} = 127\,049,92 \text{ €}$$

$$\text{c) } 100\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{36\,500}\right)^{1460} = 127\,122,41 \text{ €}$$

$$\text{d) } 100\,000 \cdot 1,015^{16} = 126\,898,55 \text{ €}$$

## Página 54

1. Un banco nos concede un préstamo de 10 000 € al 12% anual. En el momento de la formalización nos cobra unos gastos de 500 €. Realizamos un solo pago al cabo de un año, tomando periodos de capitalización mensuales. ¿Cuál es la T.A.E.? (Ten en cuenta que nos dieron 9 500 € y que hemos de devolver  $10\,000 \cdot 1,12$ ). ¿Y si lo tuviéramos que devolver, íntegro, a los dos años?

Nos dieron 9 500 € y hemos de devolver 11 268,25 €. Por tanto, la T.A.E. será del 18,6%.

Como nos dan 9 500 € y tenemos que devolver  $10\,000 \cdot 1,01^{24} = 12\,697,35$ , la TAE es del 33,7%.

## Página 56

1. Comprueba que podemos amortizar 10 000 € al 10% anual mediante cuatro pagos trimestrales de 2 658,18 € cada uno.

10% anual = 2,5% trimestral

PAGO TRIMESTRAL	DEUDAS ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	10 000	250	2 658,18	2 408,18	7 591,82
2	7 591,82	189,80	2 658,18	2 468,38	5 123,44
3	5 123,44	128,09	2 658,18	2 530,09	2 593,35
4	2 593,35	64,83	2 658,18	2 593,35	0

2. Comprueba que podemos amortizar un préstamo de 500 000 € al 6% anual con 8 pagos mensuales de 63914,43 €.

6% anual = 0,5% mensual

PAGO TRIMESTRAL	DEUDAS ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	500 000	2 500	63 914,43	61 414,43	438 585,57
2	438 585,57	2 192,93	63 914,43	61 721,50	376 864,07
3	376 864,07	1 884,32	63 914,43	62 030,11	314 833,96
4	314 833,96	1 574,17	63 914,43	62 340,26	252 493,70
5	252 493,70	1 262,47	63 914,43	62 651,96	189 841,74
6	189 841,74	949,21	63 914,43	62 965,22	126 876,52
7	126 876,52	634,38	63 914,43	63 280,05	63 596,47
8	63 596,47	317,98	63 914,43	63 596,45	0,02

## Página 57

- 1. Depositamos 100 000 euros el día 1 de enero en un banco al 8% anual. ¿Qué valor tienen al final de cada trimestre del año? Estas cantidades están en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón?**

8% anual = 2% trimestral

Al final del primer trimestre vale  $100\,000 \cdot 1,02 = 102\,000 \text{ €}$

Al final del segundo trimestre vale  $100\,000 \cdot 1,02^2 = 104\,040 \text{ €}$

Al final del tercer trimestre vale  $100\,000 \cdot 1,02^3 = 106\,120,8 \text{ €}$

Al final del cuarto trimestre vale  $100\,000 \cdot 1,02^4 = 108\,243,22 \text{ €}$

La razón es  $r = 1,02$

- 2. Depositamos un cierto dinero al comienzo de un año, en un banco, al 6% anual. Cada mes esa cantidad aumenta en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón?**

6% anual = 0,5% mensual

La razón es  $r = 1,005$

## Página 58

- 3. Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7% anual. ¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10º año?**

Por el primer ingreso acumulamos  $6\,000 \cdot 1,07^{10}$

Por el segundo ingreso acumulamos  $6\,000 \cdot 1,07^9$

... ..

Por el décimo ingreso acumulamos  $6\,000 \cdot 1,07$

En total, tendremos  $S_{10} = \frac{6\,000 \cdot 1,07^{11} - 6\,000 \cdot 1,07}{1,07 - 1} = 88\,701,60 \text{ €}$

- 4. Al comienzo de cada año depositamos 100 € en un banco al 6% anual. ¿Cuánto recogeremos al finalizar el 2º año?**

Por el primer ingreso acumulamos  $100 \cdot 1,005^{24}$

Por el segundo ingreso acumulamos  $100 \cdot 1,005^{23}$

... ..

Por el vigesimocuarto ingreso acumulamos  $100 \cdot 1,005$

En total, tendremos  $S_{24} = \frac{100 \cdot 1,005^{25} - 100 \cdot 1,005}{1,005 - 1} = 2\,555,91 \text{ €}$

## Página 61

- 1. Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9% anual.**

$$i = \frac{9}{1\,200} = 0,0075 \qquad m = 24\,000 \cdot \frac{1,0075^{36} \cdot 0,0075}{1,0075^{36} - 1} = 763,19 \text{ €}$$

- 2. ¿Cuánto hay que pagar cada trimestre para amortizar en 3 años (12 pagos) una deuda de 24 000 € al 9% anual?**

$$i = \frac{9}{400} = 0,0225$$

Así, cada trimestre tendremos que pagar:

$$24\ 000 \cdot \frac{1,0225^{12} \cdot 0,0225}{1,0225^{12} - 1} = 2\ 304,42 \text{ €}$$

## Página 64

### EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

#### PARA PRACTICAR

- 1 Una entrada de un cine costaba el año pasado 3,30 € y este año 4,10. ¿Cuál ha sido el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?**

$$\text{Índice de variación} = \frac{4,10}{3,30} = 1,24. \quad \text{Porcentaje de subida} = 24,24\%$$

- 2 La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros. ¿Cuántos litros tenía el mes pasado?**

$$0,65x = 74,25 \Rightarrow x = 114,23 \text{ millones de litros.}$$

- 3 Averigua el índice de variación del precio de un televisor que costaba 450 €, después de subirlo un 15% y rebajarlo en un 25%. ¿Cuál es el precio actual?**

$$\text{Índice de variación} = 1,15 \cdot 0,75 = 0,8625$$

$$\text{Precio actual} = 450 \cdot 0,8625 = 388,125 \text{ €}$$

- 4 He pagado 11,80 € por un libro que estaba rebajado un 20%. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?**

$$0,80x = 11,80 \Rightarrow x = 14,75 \text{ €}$$

- 5 En un examen de francés han aprobado el 60% de los estudiantes. En la recuperación de los suspendidos, aprueban el 30%. En total son 18 los aprobados. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados? ¿Cuántos estudiantes son?**

*Ten en cuenta que solo el 40% se presenta a la recuperación. Suma los porcentajes de los que aprueban.*

$$\text{Porcentaje de aprobados} = 60\% + 0,3 \cdot 40\% = 72\%$$

$$0,72x = 18 \Rightarrow x = 25 \text{ estudiantes hay en total.}$$

- 6** En un centro escolar, por cada 5 alumnos que aprueban todas las asignaturas hay 4 que suspenden alguna.

¿Qué fracción y qué porcentaje del total supone cada uno de los dos tipos?

Aprueban todas  $\frac{5}{9}$  del total, un 55,56%.

Suspenden alguna  $\frac{4}{9}$  del total, un 44,44%.

- 7** Si el precio de un artículo ha pasado de 35 € a 100 € en unos años, ¿cuál es el índice de variación? ¿Cuál ha sido el aumento expresado en porcentajes?

Índice de variación =  $\frac{100}{35} = 2,8571$ . Ha aumentado un 185,71%.

- 8** El precio de un ordenador ha bajado durante los últimos años, pasando de costar 3 750 € a 1 560 €. Calcula el índice de variación y la disminución porcentual del precio.

Índice de variación =  $\frac{1\ 560}{3\ 750} = 0,416$

Ha bajado su precio un 58,4%.

- 9** Hace 10 años un chicle costaba 2 PTA y hoy cuesta 5 eurocent (1 € ≈ 166,4 PTA). ¿Cuál es el índice de variación? Calcula el aumento porcentual.

$\frac{5 \cdot 166,4}{100} = 8,32$  PTA

Índice de variación =  $\frac{8,32}{2} = 4,16$

Aumento porcentual = 316%

- 10** Si el precio del alquiler de un apartamento sube un 10% cada año, ¿cuántos años tardaría en duplicarse?

$1,1^x = 2 \Rightarrow x \approx 8$  años.

## Intereses

- 11** Un banco paga el 10% del dinero que se deposita en él, siempre que se mantenga sin sacar nada durante un año. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €? ¿Y si lo dejas durante 5 años sin sacar nada?

Al cabo de un año nos darán 1 850 € de intereses; es decir, tendremos 20 350 €

Al cabo de cinco años tendremos  $18\ 500 \cdot 1,1^5 = 29\ 794,44$  €; es decir, 11 294,44 € de intereses.

- 12** Calcula en cuánto se transforman 5 000 euros en un año al 10% si los periodos de capitalización son: a) semestres; b) trimestres; c) meses. Di, en cada caso, cuál es la T.A.E. correspondiente.

☛ a) 10% anual  $\rightarrow$  5% durante 2 semestres  $\rightarrow$  T.A.E.:  $(1 + 5/100)^2 \rightarrow 10,25\%$ .

a) 10% anual = 5% semestral

$$5\,000 \cdot 1,05^2 = 5\,000 \cdot 1,1025 = 5\,512,5 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10,25\%$$

b) 10% anual = 2,5% trimestral

$$5\,000 \cdot 1,025^4 = 5\,000 \cdot 1,1038 = 5\,519,06 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10,38\%$$

c) 10% anual =  $\frac{10}{12}$  % mensual =  $\frac{5}{6}$  % mensual

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{12} = 5\,000 \cdot (1,008\bar{3})^{12} = 5\,000 \cdot 1,1047 = 5\,523,56 \text{ €} \rightarrow$$

$\rightarrow$  T.A.E. del 10,47%

- 13** Halla en cuánto se transforma un capital de 10 000 euros al 5% anual durante 2 años y 3 meses si el periodo de capitalización es:

a) Anual.

b) Mensual.

a) 2 años y 3 meses = 2,25 años

$$10\,000 \cdot (1,05)^{2,25} = 11\,160,30 \text{ €}$$

b) 2 años y 3 meses = 27 meses; 5% anual =  $\frac{5}{12}$  % mensual

$$10\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{1200}\right)^{27} = 11\,188,11 \text{ €}$$

- 14** ¿En cuánto se transforma un capital de 3 500 € depositados durante tres meses al 8,5% anual? ¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

En tres meses:

$$8,5\% \text{ anual} \rightarrow \frac{8,5}{4} = 2,125 \text{ trimestral}$$

$$3\,500 \cdot 1,02125 = 3\,574,375 \text{ €}$$

En cinco años: (20 trimestres)

$$3\,500 \cdot 1,02125^{20} = 5\,329,782 \text{ €}$$

- 15** Un comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses. ¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12% anual?

12% anual es un 3% trimestral. El pago será de:

$$5\,000 \cdot 1,03 = 5\,150 \text{ €}$$

- 16** Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15% anual, que hemos de devolver en un solo pago. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?

$$8\,500 \cdot (1,15)^t = 14\,866,55 \Rightarrow t = 4 \text{ años}$$

- 17** Se pide un préstamo de 4 000 € al 6,5% de interés semestral con el compromiso de devolverlo, en un solo pago, al cabo de dos años. ¿A cuánto ascenderá ese pago?

$$4\,000 \cdot (1,065)^4 = 5\,145,87 \text{ €}$$

- 18** Un capital colocado al 15% anual durante cuatro años, se ha convertido en 5 596,82 €. ¿A cuánto ascendía ese capital?

$$C \cdot (1,15)^4 = 5\,596,82 \Rightarrow C = 3\,200 \text{ €}$$

- 19** Un banco paga el 2% trimestral. ¿Cuántos años tienen que estar depositados 2 000 euros para convertirse en 2 536,48 €?

$$2\,000 \cdot (1,02)^t = 2\,536,48 \Rightarrow t = 12 \text{ trimestres} = 3 \text{ años}$$

- 20** Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €.

$$600 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 699,84 \Rightarrow r = 8\%$$

## Página 65

- 21** Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10% con pagos mensuales de intereses.

$$10\% \text{ anual} = \frac{10}{12} \% \text{ mensual}$$

$$\text{Un capital } C \text{ se transforma en un año en } C \cdot \left(1 + \frac{10}{1200}\right)^{12}$$

Es decir,  $C \cdot 1,1047$ .

Por tanto, la T.A.E. será del 10,47%.

## Amortización de préstamos

- 22** Hemos de amortizar 50 000 € en 5 años, con un interés del 15%, de modo que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la quinta parte del capital total. Calcula lo que hay que pagar cada año.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES + PAGO DE CAPITAL	= PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1 <sup>er</sup> AÑO	50 000	$50\,000 \cdot 0,15 + 10\,000 =$	17 500	40 000
2 <sup>o</sup> AÑO	40 000	$40\,000 \cdot 0,15 + 10\,000 =$	16 000	30 000
3 <sup>er</sup> AÑO	30 000	$30\,000 \cdot 0,15 + 10\,000 =$	14 500	20 000
4 <sup>o</sup> AÑO	20 000	$20\,000 \cdot 0,15 + 10\,000 =$	13 000	10 000
5 <sup>o</sup> AÑO	10 000	$10\,000 \cdot 0,15 + 10\,000 =$	11 500	0

- 23** Hemos de amortizar 4 500 € al 12% anual en 6 plazos mensuales. En cada uno de los plazos pagaremos la sexta parte del capital prestado más los intereses mensuales del capital pendiente de pago. Calcula el importe de cada pago.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES	+ PAGO DE CAPITAL	= PAGO MENSUAL	DEUDA PENDIENTE
1 <sup>er</sup> MES	4 500	45	+ 750	= 795	3 750
2 <sup>o</sup> MES	3 750	37,5	+ 750	= 787,5	3 000
3 <sup>er</sup> MES	3 000	30	+ 750	= 780	2 250
4 <sup>o</sup> MES	2 250	22,5	+ 750	= 772,5	1 500
5 <sup>o</sup> MES	1 500	15	+ 750	= 765	750
6 <sup>o</sup> MES	750	7,5	+ 750	= 757,5	0

- 24** Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?

$$\text{Anualidad} = a = 50\,000 \cdot \frac{1,15^5 \cdot 0,15}{1,15^5 - 1} = 14\,915,78 \text{ €}$$

$$\text{Mensualidad} = m = 50\,000 \cdot \frac{1,0125^{60} \cdot 0,0125}{1,0125^{60} - 1} = 1\,189,50 \text{ €}$$

- 25** Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?

$$m = 750 \cdot \frac{\left(1 + \frac{13}{1\,200}\right)^{24} \cdot \frac{13}{1\,200}}{\left(1 + \frac{13}{1\,200}\right)^{24} - 1} = 35,66 \text{ €}$$

- 26** Una persona paga un coche en sesenta mensualidades de 333,67 €. Si el precio del dinero está al 12% anual, ¿cuál sería el precio del coche si se pagara al contado?

• *Conocemos  $m$  y hay que calcular  $C$ . Sustituye los datos en la fórmula y despeja  $C$ .*

$$C = \frac{1,01^{60} - 1}{1,01^{60} \cdot 0,01} \cdot 333,67 \approx 15\,000 \text{ €}$$

- 27** Un ahorrador mete todos los años en la misma fecha 1 500 € en una cuenta que le produce el 6% anual. ¿Qué cantidad habrá acumulado al cabo de 3 años?

$$C = 1\,500 \cdot 1,06 \cdot \frac{1,06^3 - 1}{0,06} = 5\,061,92 \text{ €}$$

- 28** Un banco nos concede un préstamo al 6%, que hemos de amortizar en 7 anualidades de 14 330,80 € cada una. ¿Cuánto dinero nos prestó?

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$C = 14\,330,80 \cdot \frac{1,06^7 - 1}{1,06^7 \cdot 0,06} = 80\,000 \text{ €}$$

- 29** He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de 1 413,19 €. ¿Cuál es la cantidad prestada si el rédito es el 10,5%?

$$C = 1\,413,19 \cdot \frac{1,105^{10} - 1}{1,105^{10} \cdot 0,105} = 8\,500 \text{ €}$$

- 30** Comprueba que si pagamos al final de cada año una anualidad de 2 500 € durante 8 años, al 5%, hemos pagado en total 23 872,77 €.

$$1^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 7 \text{ años} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05^7$$

$$2^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 6 \text{ años} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05^6$$

... ..

$$7^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 1 \text{ año} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05$$

$$8^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \rightarrow 2\,500$$

En total:

$$S = 2\,500 [1 + 1,05 + \dots + 1,05^6 + 1,05^7] = 2\,500 \cdot \frac{1,05^8 - 1}{1,05 - 1} = 23\,872,77 \text{ €}$$

- 31** Un trabajador ahorra 5 000 € anuales que ingresa en el banco al principio de cada año. Si el banco le da un 9,5% de interés, ¿qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?

$$5\,000 \cdot 1,095 \cdot \frac{1,095^{10} - 1}{0,095} = 85\,192,59 \text{ €}$$

- 32** Ingreso en un banco 3 500 € al principio de cada año al 8% durante 5 años. ¿Cuánto dinero tendré al final del 5º año?

$$1^{\text{er}} \text{ año} \rightarrow 3\,500 \text{ en } 5 \text{ años se convierte en } 3\,500 \cdot 1,08^5$$

$$2^{\text{o}} \text{ año} \rightarrow 3\,500 \text{ en } 4 \text{ años se convierte en } 3\,500 \cdot 1,08^4$$

... ..

$$5^{\text{o}} \text{ año} \rightarrow 3\,500 \text{ en } 1 \text{ año se convierte en } 3\,500 \cdot 1,08$$

En total, al final del 5º año, tendremos:

$$S = 3\,500 [1,08 + 1,08^2 + \dots + 1,08^5] = 3\,500 \cdot \frac{1,08^6 - 1,08}{1,08 - 1} = 22\,175,75 \text{ €}$$

## CUESTIONES TEÓRICAS

- 33** Demuestra que si pagamos al final de cada año una anualidad  $a$ , durante  $n$  años al  $r\%$ , la cantidad total que hemos pagado es:

$$S = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \left( i = \frac{r}{100} \right)$$

•  $a$  en  $n-1$  años se convierten en  $a(1+i)^{n-1}$

$a$  en  $n-2$  años  $\rightarrow a(1+i)^{n-2}$

.....

$a$  en 1 año  $\rightarrow a(1+i)$

última anualidad  $\rightarrow a$

Suma los términos de esa progresión.

$$\begin{aligned} S &= a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \dots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1} = \\ &= a [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}] = \\ &= a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \end{aligned}$$

## PARA PROFUNDIZAR

- 34** Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9% anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?

9% anual = 0,75% mensual

20 años = 240 mensualidades

$$C = 200 \cdot 1,0075 \cdot \frac{1,0075^{240} - 1}{0,0075} = 134\,579,20 \text{ €}$$

- 35** Recibimos un préstamo de 10 000 € al 12% anual que hemos de pagar en un año con plazos mensuales. El banco nos cobra 350 € por la gestión del préstamo en el momento de su concesión. Comprueba que la T.A.E. correspondiente a ese préstamo es de un 16,77%.

• El banco nos cobra 10 000 € al 1% mensual, pero lo que realmente recibimos es 9 650 €, que al  $r\%$  anual ( $r = \text{T.A.E.}$ ) será igual a lo que el banco nos cobra. Plantea la ecuación correspondiente y despeja  $r$ .

12% anual = 1% mensual

En realidad, recibimos 9 650 €

Devolvemos  $10\,000 \cdot 1,01^{12} = 11\,268,25 \text{ €}$

$$\frac{11\,268,25}{9\,650} = 1,1677 \Rightarrow \text{La T.A.E. será del } 16,77\%$$

## PARA PENSAR UN POCO MÁS

- 36** Un librero compró dos manuscritos antiguos por 2 250 € y después los vendió obteniendo un beneficio del 40%. El primer manuscrito le dejó un beneficio del 25% y el segundo un beneficio del 50%, ¿cuánto pagó por cada manuscrito?

$$\left. \begin{array}{l} 1^\circ \rightarrow x \quad x + y = 2\,250 \\ 2^\circ \rightarrow y \quad 1,25x + 1,5y = 2\,250 \cdot 1,4 \end{array} \right\} y = 2\,250 - x$$

$$1,25x + 3\,375 - 1,5x = 3\,150; \quad 225 = 0,25x$$

$$x = 900 \text{ €}; \quad y = 1\,350 \text{ €}$$

Por el primero pagó 900 € y por el segundo, 1 350 €.

- 37** Se ordenan 31 sellos de izquierda a derecha en orden creciente de precios. El precio de cada sello difiere en 2 € de sus dos adyacentes. Por el precio del último sello podríamos comprar el sello central y uno de los que tiene al lado. ¿Cuál de ellos?

Si llamamos  $p_i$  al precio del sello que ocupa la posición  $i$ -ésima, tenemos una progresión aritmética de diferencia  $d = 2$ . Así:

$$\begin{array}{l} p_{31} = p_1 + 60. \text{ El sello central es el } 16^\circ \\ \left. \begin{array}{l} ** \left\{ \begin{array}{l} p_{16} = p_1 + 30 \\ p_{15} = p_1 + 28 \\ p_{17} = p_1 + 32 \end{array} \right\} \text{ Si fuera } p_{31} = p_{16} + p_{15}: \\ \qquad \qquad \qquad 2p_1 + 58 = p_1 + 60 \Rightarrow p_1 = 2 \end{array} \right\} \text{ Son el } 15^\circ \text{ y el } 16^\circ \\ ** \left\{ \begin{array}{l} \text{Si fuera } p_{31} = p_{16} + p_{17}: \\ 2p_1 + 62 = p_1 + 60 \Rightarrow p_1 = -2 \text{ (imposible)} \end{array} \right\} \end{array}$$

Por tanto, el sello que buscamos es el anterior al central (el que está en la posición 15ª).