INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA EL ESCORIAL	CALIFICACIÓN
Alumno/a________SOLUCION________________________ Curso _____ Grupo ______	
Matemáticas I. 1º BACH. 1ª evaluación. 04-DICIEMBRE-2017	

Ejercicio nº 1. (punto)

Solución:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}+\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}=\frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^2+\left(1-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)}=\frac{1+2\sqrt{5}+5+\sqrt{5}-5-1+\sqrt{5}}{5-1}=\frac{4\sqrt{5}}{4}=\sqrt{5}$$

Ejercicio nº 2. (1 punto)

Solución:

$$\frac{log\ 10a-log\ \sqrt{100a}}{log\ \sqrt[3]{a^2}}=\frac{log\ 10+log\ a-\frac{1}{2}log\ 10^2a}{log\ a^{\frac{2}{3}}}=\frac{1+log\ a-\frac{1}{2}\left(2log\ 10+log\ a\right)}{\frac{2}{3}log\ a}=$$

$$=\frac{1+log\ a-\frac{1}{2}\left(2+log\ a\right)}{\frac{2}{3}log\ a}=\frac{1+log\ a-1-\frac{1}{2}log\ a}{\frac{2}{3}log\ a}=\frac{\frac{1}{2}log\ a}{\frac{2}{3}log\ a}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{4}$$

Ejercicio nº 3. (1 punto)

Solución:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^8=x^8+8x^7\cdot\frac{1}{x}+28x^6\cdot\frac{1}{x^2}+56x^5\cdot\frac{1}{x^3}+70x^4\cdot\frac{1}{x^4}+56x^3\cdot\frac{1}{x^5}+28x^2\cdot\frac{1}{x^6}+8x\cdot\frac{1}{x^7}+\frac{1}{x^8}=$$

$$=x^8+8x^6+28x^4+56x^2+70+\cdot\frac{56}{x^2}+\frac{28}{x^4}+\frac{8}{x^6}+\frac{1}{x^8}.$$

Ejercicio nº 4. (1 punto)

Solución:

El coeficiente que ocupa el lugar k en el desarrollo del binomio es de la forma:

$$\left(-1\right)^{k-1}\cdot\binom{7}{k-1}\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^{7-\left(k-1\right)}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^{k-1}=\left(-1\right)^{k-1}\cdot\binom{7}{k-1}\frac{x^{8-k}}{2^{8-k}}\cdot\frac{2^{k-1}}{x^{k-1}}=\left(-1\right)^{k-1}\cdot\binom{7}{k-1}\cdot 2^{2k-9}\cdot x^{9-2k}.$$

Para que 9 – 2k = 3 → 6 = 2k → k = 3. Tenemos que hallar el término que ocupa la 3ª posición, cuyo coeficiente es:

$$\left(-1\right)^{2}\cdot\binom{7}{2}\cdot 2^{-3}=\frac{21}{8}$$

<u>Ejercicio nº 5.</u> (1 punto)

Solución:

Sacamos factor común: $x^2\left(x^3+4x^2-x-4\right)=0$

Factorizamos x^3+4x^2-x-4:

	1	4	−1	−4
1		1	5	4
	1	5	4	0
−1		−1	−4	
	1	4	0	

La descomposición factorial del polinomio es la siguiente:

$$x^5+4x^4-x^3-4x^2=x^2\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x+4\right)=0$$

<u>Ejercicio nº 6.</u> (1 punto)

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} x-2y+z=6 \\ 3x+y-z=7 \\ x-y+2z=6 \end{array}\right\}\ \boxed{\begin{array}{l} 1.^{a} \\ 2.^{a}-3\cdot 1.^{a} \\ 3.^{a}-1.^{a} \end{array}}\ \rightarrow\ \left.\begin{array}{r} x-2y+z=6 \\ 7y-4z=-11 \\ y+z=0 \end{array}\right\}\ \boxed{\begin{array}{l} 1.^{a} \\ 2.^{a}-7\cdot 3.^{a} \\ 3.^{a} \end{array}}\ \rightarrow$$

$$\rightarrow\ \left.\begin{array}{r} x-2y+z=6 \\ -11z=-11 \\ y+z=0 \end{array}\right\}\ \rightarrow\ \left.\begin{array}{r} z=\dfrac{-11}{-11}=1 \\ y=-z=-1 \\ x=6+2y-z=6-2-1=3 \end{array}\right\}\ \text{Solución: } x=3\ ,\ y=-1\ ,\ z=1$$

Ejercicio nº 7. (2 puntos)

Solución:

a) $\sqrt{3x-3}+x=7$

$\sqrt{3x-3}=7-x$

$3x-3=(7-x)^2$

$3x-3=49+x^2-14x$

$0=x^2-17x+52$

$$x=\frac{17\pm\sqrt{289-208}}{2}=\frac{17\pm\sqrt{81}}{2}=\frac{17\pm 9}{2} \quad\to\quad \begin{cases} x_1=13 \\ x_2=4 \end{cases}$$

Comprobación:

$x_1=13 \quad\to\quad \sqrt{36}+13=6+13=19\neq 7 \quad\to\quad x_1=13$ no vale

$x_2=4 \quad\to\quad \sqrt{9}+4=3+4=7 \quad\to\quad x_2=4$ sí vale

Hay una sola solución: $x=4$

b) $\frac{2}{x-1}+\frac{x-2}{x+1}=\frac{5}{4}$

$$\frac{8(x+1)}{4(x-1)(x+1)}+\frac{4(x-1)(x-2)}{4(x-1)(x+1)}=\frac{5(x-1)(x+1)}{4(x-1)(x+1)}$$

$8x+8+4(x^2-3x+2)=5(x^2-1)$

$$8x+8+4x^2-12x+8=5x^2-5$$

$$0=x^2+4x-21$$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{-4\pm 10}{2}\quad\rightarrow\quad\begin{cases}x_1=3\\ x_2=-7\end{cases}$$

Se comprueban ambos valores y los dos son válidos. Por tanto, la ecuación tiene dos soluciones: $x_1=3$, $x_2=-7$

Ejercicio nº 8. (2 puntos)

Solución:

a) $$ln(3x-1)=ln\,2+ln(4x-6)$$

$$ln(3x-1)=ln\left[2(4x-6)\right]$$

$$3x-1=2(4x-6)\quad\rightarrow\quad 3x-1=8x-12$$

$$11=5x\quad\rightarrow\quad x=\frac{11}{5}$$

Comprobando este valor, se ve que es válido. Por tanto, hay una única solución: $x=\frac{11}{5}$

b) Hacemos el cambio de variable: $3^x=y$

$$y+\frac{1}{y}-\frac{1}{3}=\frac{79}{9}\quad\rightarrow\quad 9y^2+9-3y=79y$$

$$9y^2-82y+9=0$$

$$y=\frac{82\pm\sqrt{6724-324}}{18}=\frac{82\pm\sqrt{6400}}{18}=\frac{82\pm 80}{18}\quad\rightarrow\quad\begin{cases}y=9\\ y=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}\end{cases}$$

- $y=9\quad\rightarrow\quad 3^x=9\quad\rightarrow\quad x=2$
- $y=\frac{1}{9}\quad\rightarrow\quad 3^x=\frac{1}{9}\quad\rightarrow\quad x=-2$

Hay dos soluciones: $x_1=2$; $x_2=-2$