

EN GENERAL

Se trata de utilizar todas las herramientas que hemos aprendido para simplificar al máximo las fracciones algebraicas.

Es costumbre, si podemos, no empezar con negativos

$$1) \quad a) \quad \frac{15x^2}{5x^2(x-3)} = \frac{3 \cdot \cancel{5} \cdot x^2}{\cancel{5} \cdot x^2 \cdot (x-3)} = \frac{3}{x-3}$$

$$b) \quad \frac{3(x-1)^2}{9(x-1)} = \frac{\cancel{3}(x-1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{x-1}{3}$$

$$c) \quad \frac{3x^2 - 9x^3}{15x^3 - 3x^4} = \frac{\cancel{3}x^2(1-3x)}{\cancel{3}x^3(5-x)} = \frac{1-3x}{x(5-x)} = \frac{(-3x+1)(-1)}{(-x^2+5x)(-1)} = \frac{3x-1}{x^2-5x}$$

Los tres resultados son correctos y pueden considerarse "finales"

$$d) \quad \frac{9(x+1) - 3(x+1)}{2(x+1)} = \frac{(x+1)(9-3)}{2(x+1)} = \frac{6}{2} = 3$$

$$e) \quad \frac{5x^2(x-3)^2(x+3)}{15x(x-3)} = \frac{\cancel{5}x^2(x-3)\cancel{(x-3)}(x+3)}{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot x} = \frac{x(x^2-9)}{3} = \frac{x^3-9x}{3}$$

$$f) \quad \frac{x(3x^3-x^2)}{(3x-1)x^3} = \frac{x \cdot x^2 \cancel{(3x-1)}}{\cancel{(3x-1)}x^3} = \frac{x^3}{x^3} = 1$$

$$2) \quad a) \quad \frac{2}{x} + \frac{3}{2x} + \frac{x-2}{x} = \frac{4}{2x} + \frac{3}{2x} + \frac{2x-4}{2x} = \frac{4+3+2x-4}{2x} = \frac{2x+3}{2x}$$

$$b) \quad \frac{3}{x+1} - \frac{2x^2+8x}{x^2+x} - 4x = \frac{3}{x+1} - \frac{2x(x+4)}{x(x+1)} - 4x =$$

$$= \frac{3x}{x(x+1)} - \frac{2x(x+4)}{x(x+1)} - \frac{4x(x(x+1))}{x(x+1)} = \frac{3x-2x^2-8x-4x^3-4x^2}{x(x+1)}$$

Atención

En el numerador vuelvo a operar todo a vez si puedo simplificar algo.

$$= \frac{-4x^3-6x^2-5x}{x(x+1)} = \frac{-4x^2-6x-5}{x+1}$$

$$c) \frac{2}{x^2-9} - \frac{7x}{x-3} + 3 = \frac{2}{(x+3)(x-3)} - \frac{7x(x+3)}{(x+3)(x-3)} + \frac{3(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{2 - 7x^2 - 21x + 3x^2 - 27}{(x+3)(x-3)} = \frac{-4x^2 - 21x - 25}{x^2 - 9}$$

vuelvo a expresarlo como diferencia de cuadrados, que es más corto (los dos denominadores serían válidos).

$$d) \frac{5x^3 + 15x^2}{x+3} - \frac{10x^3 + 15x^2}{5x^2} + 2x = \frac{(5x^3 + 15x^2)5x^2}{5x^2(x+3)} - \frac{(x+3)(10x^3 + 15x^2)}{5x^2(x+3)} +$$

$$+ \frac{2x \cdot 5x^2(x+3)}{5x^2(x+3)} = \frac{5x^2[(5x^3 + 15x^2) - (x+3)(2x+3) + 2x(x+3)]}{5x^2(x+3)} =$$

lo he sacado factor común de todo lo de "arriba" y gracias a eso puedo simplificarlo con el otro factor de "abajo", que es idéntico y también está multiplicando.

$$= \frac{5x^3 + 15x^2 - 2x^2 - 3x - 6x - 9 + 2x^2 + 6x}{x+3} =$$

$$= \frac{5x^3 + 15x^2 - 3x - 9}{x+3}$$

$$3) a) \frac{x^2-1}{x} : (x-1) = \frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x}$$

$$b) \frac{x(x-2)}{x} : \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{x(x-2)(x+2)}{x(x^2-4)} = \frac{x(x-2)(x+2)}{x(x+2)(x-2)} = \frac{x}{x} = 1$$

$$c) \frac{x^2-2x+1}{x} : \frac{x-1}{x} = \frac{x(x^2-2x+1)}{x(x-1)} = \frac{(x-1)^2}{x-1} = x-1$$

$$d) 6x^2 \cdot \frac{x-3}{x^3} = \frac{6x-18}{x}$$

$$e) \frac{3x-3}{x^2} \cdot \frac{x(x+1)}{x^2-1} = \frac{3(x-1)x(x+1)}{x^2(x+1)(x-1)} = \frac{3x}{x^2} = \frac{3}{x}$$

$$f) \frac{2x}{x-1} : \frac{4x^2}{2x-2} = \frac{2x(2x-2)}{(x-1)4x^2} = \frac{2x \cdot 2(x-1)}{(x-1)2x \cdot 2x} = \frac{1}{x}$$

$$g) \frac{x+5}{10} \cdot \frac{5}{(x+5)^2} = \frac{5}{2 \cdot 5(x+5)} = \frac{1}{2x+10}$$

$$h) \frac{2x^2}{3x} \cdot \frac{6x}{4x^3} = \frac{2x^2 \cdot 2 \cdot 3x}{3x \cdot 2 \cdot 2x^3} = \frac{x^3}{x^4} = \frac{1}{x}$$

$$i) \frac{4x-3}{2x} \cdot \frac{4x^2}{8x-6} = \frac{16x^3-12x^2}{16x^2-12x} = \frac{4x^2(4x-3)}{4x(4x-3)} = \frac{x^2}{x} = x$$

$$j) \frac{3x-3}{x^2} \cdot \frac{3x}{18(x-1)} = \frac{3(x-1) \cdot 3x}{x^2 \cdot 18(x-1)} = \frac{9x}{x^2 \cdot 2 \cdot 9} = \frac{1}{2x}$$

$$4) a) \frac{6x^2}{4x^2-9} : \left(\frac{5x}{2x-3} + \frac{5x}{2x+3} \right) =$$

$$= \frac{6x^2}{4x^2-9} : \frac{5x(2x+3) + 5x(2x-3)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{6x^2}{4x^2-9} : \frac{5x(2x+3+2x-3)}{4x^2-9} =$$

$$= \frac{6x^2}{4x^2-9} : \frac{5x \cdot 4x}{4x^2-9} = \frac{6x^2(4x^2-9)}{(4x^2-9) \cdot 20x^2} = \frac{6x^2}{20x^2} = \frac{3}{10}$$

Se anulan entre sí, pero eso solo lo he salido después de hacerlo de la otra forma,

$$5(x^2-5)$$

$$b) \frac{x^2}{5x^2-25} - \frac{1}{5} - \frac{x^3+x^2}{(x+1)(5x^2-25)} = \frac{x^2(x+1)}{(5x^2-25)(x+1)} - \frac{(5x^2-25)(x+1)}{5(5x^2-25)(x+1)}$$

Puedes comprobar que sale mucho más sencillo operando primero estas dos fracciones

$$- \frac{x^3+x^2}{(x+1)(5x^2-25)} = \frac{x^2(x+1) - (x^2-5)(x+1) - x^2(x+1)}{(x+1)(5x^2-25)}$$

Ahora que todos los denominadores son iguales, unificamos

$$= \frac{(x+1)(x^2 - x^2 + 5 - x^2)}{(x+1)(5x^2-25)} = \frac{5-x^2}{5x^2-25} = \frac{5-x^2 \cdot (-1)}{5(x^2-5) \cdot (-1)}$$

$$= \frac{x^2-5}{(-5)(x^2-5)} = -\frac{1}{5}$$