Soluciones a los ejercicios de probabilidad

1. a) E ={CC, EE, CECC, ECEE, CECEC, ECECE, CECEE, ECECC, CEE, ECC}
b) A ={CC, CECC, ECECC, ECC}
c) B = { CECEC, ECECE}

2. a) E = { A1B1, A1B2, A1C1, A1C2, A1C3, B1B2, B1C1, B1C2, B1C3, B2C1, B2C2, B2C3, C1C2, C1C3, C2C3 }
b) S ={ A1B1, A1B2, A1C1, A1C2, A1C3, B1C1, B1C2, B1C3, B2C1, B2C2, B2C3 }
T = {A1B2, A1C2, A1C3, B1B2, B1C2, B1C3, B2C1, B2C3, C1C2, C1C3, C2C3}
U = {A1B1, A1C1, B1C1, B2C2 }

3. número = ab (b = cifra de las unidades, a = cifra de las decenas)
ab = "es un cubo prefecto" = {(2,7), (6,4)}
a+b = "es un cuadrado perfecto" ={(1,3), (1,8), (2,7), (3,6), (4,5), (3,1), (8,1), (7,2), (6,3), (5,4), (7,9), (9,7)}

4. $H \cup T =$"La persona es un hombre o trabaja"; $H \cap T =$"La persona es un hombre y trabaja"
$H - T =$"La persona es un hombre que no trabaja"; $T - H =$"La persona trabaja y no es un hombre"
$\bar{H} \cup \bar{T} =$" La persona es una mujer o no trabaja"; $\overline{H \cap T} =$" La persona es una mujer o no trabaja"

5. $R = A \cap \bar{B} \cap \bar{C}, \quad S = (A \cup B) \cap \bar{C}$

6. $S = (A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$
$T = (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$

7. E= {N1, B1N2, B1B2N3, B1B2B3N4, B1B2B3B4N5,........, B1B2B3.....B9N10} = {A1, A2, A3, ..., A10}
Ai = "se obtiene negra en la extracción i-ésima"

$$P(A_i) = \frac{V_{9,i-1}}{V_{10,i}} = \frac{9.8.7.....(9-i+1-1)}{10.9.8.7.....(10-i+1)} = \frac{1}{10}$$

9. a) $P = \frac{C_{9,4}}{C_{10,5}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, b) $P = \frac{C_{8,3}}{C_{10,5}} = \frac{2}{9}$

10. a) $\frac{1}{6}$, b) $\frac{5}{36}$, c) $\frac{25}{216}$

11. A= "Suma de puntos igual a 8"; B= " El producto de los puntos es par"
a) $P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ b) $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{27}{36}} = \frac{1}{9}$

Soluciones a los ejercicios de probabilidad

12. $P = \frac{40-4}{C_{40,5}} = \frac{36}{658008} = \frac{1}{18278}$

13. $P = \frac{22}{C_{28,2}} = \frac{11}{189}$

14. a) $P(A) = \overbrace{\frac{5}{36} \cdot \frac{5}{36} \cdots \frac{5}{36}}^{n \ \ veces} = \left(\frac{5}{36}\right)^n$ b) $P(B) = 1 - P(A) = 1 - (\frac{5}{36})^n$

15. $P(A) = \frac{40.36.32}{V_{40,3}} = \frac{192}{247}$, $P(B) = 1 - P(A)$

16. nº de casos posibles = $C_{12,4} \cdot C_{4,2} = 2970$

a) $P(A) = \frac{15}{2970} = \frac{1}{198}$ b) $P(B) = \frac{6.10.8}{2970} = \frac{16}{99}$

c) $P(C) = 1 - P(A) - P(B) = \frac{82}{99}$

17. $P(MMM) = \frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{8}{14} = \frac{3}{14}$, $P(MMH) = 3.\frac{10}{16} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{27}{56}$

$P(MHH) = 3 \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{15}{56}$, $P(A) = \frac{3}{14} + \frac{27}{56} + \frac{15}{56} = \frac{54}{56}$

18. $P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A \cup B) + P \leq P(E) + P = 1 + P$

19. $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{8}$

20. M = “ser mujer”, R=”saber ruso”,

$P(M \cap R) = \frac{2}{6}$, $P(M \cup R) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

21. C = “cabeza blanca”, P = “Punta blanca”

$P(C) = 0'55$, $P(P) = 0'25$, $P(C \cap P) = 0'10$

$P = 1 - P(C \cup P) = 1 - (0'55 + 0'25 - 0'1) = 0'30$

22.

	Habla inglés	No habla inglés	
Habla francés	30	60	90
No habla francés	170	70	240
	200	130	330

$P(I/F) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

23. M = “ser mujer”, R = “Ser Rubio”

	es mujer	es hombre	
es rubio	56	120	176
no es rubio	144	180	324
	200	300	500

Soluciones a los ejercicios de probabilidad

$P(M/R) = \frac{56}{176} = \frac{7}{22}$

24. A = "El primero es mayor que el segundo", B = "El segundo es pequeño"

$P(A) = \frac{25}{70} \cdot \frac{15}{69} + \frac{25}{70} \cdot \frac{30}{69} + \frac{15}{70} \cdot \frac{30}{69} = \frac{1575}{4830} = \frac{105}{322}$

$P(B) = \frac{25}{70} \cdot \frac{30}{69} + \frac{15}{70} \cdot \frac{30}{60} = \frac{1200}{4830} = \frac{40}{161}$

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1200}{1575} = \frac{16}{21}$

25. $P(conseguir\ 4\ puntos) = 0'5 \cdot 0'5 \cdot 0'4 + 0'5 \cdot 0'4 \cdot 0'5 + 0'4 \cdot 0'5 \cdot 0'5 +$

$+ 0'5 \cdot 0'1 \cdot 0'1 + 0'1 \cdot 0'5 \cdot 0'1 + 0'1 \cdot 0'1 \cdot 0'5 = 0'315$

26. (a) La familia tiene dos hijos: $P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$. Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ A y B no son independientes.

a) La familia tiene tres hijos: $P(A) = 6 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$, $P(B) = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$. Como $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ A y B son independientes.

27. C = "Ser conductor", P(C) = x, F = "ser fumador", P(F) = y

$$\begin{cases} P(C \cap \overline{F}) = 0'45 = P(C) \cdot [1 - P(F)] \\ P(\overline{C} \cap F) = 0'1 = [1 - P(C)] \cdot P(F) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0'45 = x \cdot (1-y) \\ 0'1 = y \cdot (1-x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0'75, y = 0'15 \\ x = 0'6, y = 0'075 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Con\ la\ primera\ solución\ obtenemos\ P(C \cap F) = 0'75 \cdot 0'15 = 0'1125 \\ Con\ la\ segunda\ solución\ obtenemos\ P(C \cap F) = 0'6 \cdot 0'075 = 0'045 \end{cases}$$

El porcentaje de conductores fumadores pude ser del 11'25 % o bien del 4'5 %.

28. P = "aprueba la parte práctica", T = "aprueba la parte teórica"

$P(aprobar\ la\ asignatura) = P(P \cap T) = P(P) \cdot P(T/P) = 0'78 \cdot 0'85 = 0'663$

29. $P(A) = 0'5 \cdot 0'4 \cdot 0'3 + 0'5 \cdot 0'4 \cdot 0'7 + 0'5 \cdot 0'6 \cdot 0'3 + 0'5 \cdot 0'6 \cdot 0'7 = 0'5$

$P(B) = 0'5 \cdot 0'4 \cdot 0'3 + 0'5 \cdot 0'4 \cdot 0'7 = 0'2$

$P(C) = 0'5 \cdot 0'6 \cdot 0'3 = 0'09$

$P(D) = 0'7$

$P(E) = 1 - P(no\ acertar) = 1 - 0'5 \cdot 0'6 \cdot 0'7 = 0'79$

30. A y B independientes $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cap \overline{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) \cdot P(B) = P(A) \cdot (1 - P(B)) = P(A) \cdot P(\overline{B})$

Esto significa que los sucesos A y $\overline{B}$ son independientes.

Soluciones a los ejercicios de probabilidad

31. A y B independientes $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{3} \cdot P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$

$$P(A \cap B/A) = \frac{P(A \cap B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B) = \frac{1}{4}$$

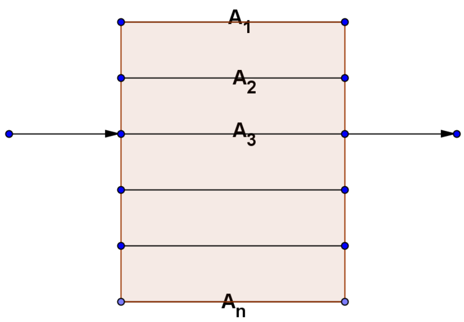
32. $P(A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{16}{24} + \frac{2}{6} \cdot \frac{16}{25} \cdot 1 = \frac{22}{75}$

$$P(B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{18}{30} \cdot 1 + \frac{4}{6} \cdot \frac{12}{30} \cdot \frac{18}{29} = \frac{82}{145}$$

33. $P(A_1) = 0'1$, $P(A_2) = 0'9 \cdot 0'1 = 0'09$, $P(A_3) = 0'9 \cdot 0'9 \cdot 0'1 = 0'081$

$P(B) = 0'9 \cdot 0'9 \cdot 0'9 = 0'729$

34. (a)



Para que funcione el sistema, con tal de que funcione uno de ellos es suficiente.

P(no funcione) = $P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap ... \cap \overline{A_n}) =$

$= 0'05 \cdot 0'05 \cdot \cdot \cdot 0'05 = (0'05)^n = \frac{1}{20^n}$

P(que funcione) = $1 - \frac{1}{20^n}$, $n \in N$

Queremos que $1 - \frac{1}{20^n} > 0'999$,

de donde deducimos: $20^n > 1000$

El primer natural que verifica la condición es n = 3. Debemos configurar el sistema con tres aparatos.

(b) $\rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow$

Para que funcione el sistema deben funcionar los tres aparatos.

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0'95 \cdot 0'95 \cdot 0'95 = 0'857375$

35. P(Funcione) = $P(F_1 \cap F_3 \cap ..... \cap F_{25}) = 0'97^{25} \simeq 0'565$

36. nº casos posibles = $VR_{20,3} = 20^3 = 8000$, nº casos favorables = 20

P(los tres objetos le tocan a la misma persona) = $\frac{20}{8000} = \frac{1}{400}$

nº casos favorables =

P(los tres objetos le tocan a un matrimonio) =

Soluciones a los ejercicios de probabilidad

37. P(aprobar) = $\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{7}+\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{9}+\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{9}=\frac{178}{315}$

38.

P(las dos bolas del mismo color)= $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{12}+\frac{1}{1}\cdot\frac{5}{11}\cdot\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{11}\cdot\frac{1}{2}=\frac{673}{1232}$

39. $P(A)=0'35\cdot 0'4+0'32\cdot 0'33+0'33\cdot 0'29=0'3413$

$P(B)=0'35\cdot 0'25+0'32\cdot 0'39+0'33\cdot 0'34=0'3245$

$P(C)=0'35\cdot 0'35+0'32\cdot 0'28+0'33\cdot 0'37=0'3342$

40. P(dos números, y no más, iguales)= $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+30\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+225\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$

41. $P(S)=\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{10}+\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{42}{100}=0'42$

$P(T)=\frac{4}{10}\cdot\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{58}{100}=0'58$

42. P(Suspender uno de ellos) = P (B) = $\frac{9}{15}\cdot\frac{2}{9}+\frac{6}{15}\cdot\frac{7}{9}=\frac{60}{135}=\frac{4}{9}$

Suspender el primero = A

$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{6}{15}\cdot\frac{7}{9}}{\frac{4}{9}}=\frac{7}{10}=0'7$

43. $P(Hombre/Rubia)=\frac{P(H\cap R)}{P(R)}=\frac{0'4\cdot 0'3}{0'4\cdot 0'3+0'6\cdot 0'25}=\frac{0'12}{0'27}=\frac{4}{9}$

44. $P(Oro\ la\ primera/Basto\ la\ segunda)=\frac{P(O\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{10}{40}\cdot\frac{10}{39}}{\frac{10}{40}\cdot\frac{10}{39}+\frac{10}{40}\cdot\frac{9}{39}+\frac{20}{40}\cdot\frac{10}{39}}=\frac{10}{39}$