GEOMETRÍA

1.- Calcula la distancia entre las rectas, estudiando antes su posición relativa:

$$r: \begin{cases} x = 13 + 12\lambda \\ y = 2 \\ z = 8 + 5\lambda \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 + \mu \\ z = -9 \end{cases}$$

2.- Calcula el volumen del tetraedro determinado por los ejes coordenados y el plano: $6x - 5y + 3z - 1 = 0$

3.- Halla la ecuación del plano perpendicular a la recta

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z}{4}$$

y que pasa por el punto $(-1, 1, 0)$, y calcula el volumen de la figura limitada por el plano anterior y los tres planos coordenados.

4.- Determina la ecuación de la recta que pasa por $P(1, 2, 2)$ y es perpendicular a las rectas r_1 y r_2:

$$r_1: \begin{cases} x + 2y - 3z - 1 = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases} \qquad r_2: \begin{cases} 3x - y + 3z = 0 \\ x + 4y - 2 = 0 \end{cases}$$

5.-

Halla la ecuación del plano π que contiene a la recta $r: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$

y es ortogonal al plano $\sigma: 2x - y + 3z + 1 = 0$.

Obtén también las ecuaciones paramétricas de la recta determinada por π y σ.

6.-

Dados la recta $r: \dfrac{x}{2} = \dfrac{1-y}{1} = \dfrac{z+1}{3}$ **y el plano** $\pi: x + 3y - 3z + 3 = 0$,

halla el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

7.- Determina la perpendicular común a las rectas:

$$r: \begin{cases} x + y = z + 4 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \qquad s: \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$$

8.- Halla p para que las rectas r_1 y r_2 sean perpendiculares:

$$r_1: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2} \qquad r_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-p}{p-1} = \frac{z-3}{3}$$

Calcula su punto de intersección y la ecuación del plano que las contiene.

9.-

Dados la recta $r: \begin{cases} x - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases}$ **y el plano** $\pi: x + 2y + 3z - 1 = 0$,

halla la ecuación de una recta situada en el plano π, que pase por el punto $P(2, 1, -1)$ y sea perpendicular a r.

10.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, 2, 1)$ y corta perpendicularmente a la recta:

$$r: \begin{cases} x - y - z = 1 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

11.- Halla la ecuación del plano que contiene a la recta de ecuaciones paramétricas: $(-1 + 3\lambda, 1 + 2\lambda, 2 + \lambda)$ y es perpendicular al plano $2x + y - 3z + 4 = 0$. Determina también el ángulo formado por la recta y el plano dados.

12.- Determina, razonadamente, si las rectas

$$r: \begin{cases} x + y - 2z + 1 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \qquad s: \begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0 \\ x - y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$$

se cortan o se cruzan. Halla también el coseno del ángulo que forman sus direcciones.

13.- Sean los puntos $P(3, 1, 5)$ y $Q(-1, 7, 3)$. Por el punto medio del segmento PQ trazamos un plano π perpendicular a dicho segmento. Este plano corta a los ejes coordenados en los puntos A, B y C.

a) Escribe la ecuación de π.

b) Calcula el área del triángulo ABC.

14.- Halla los puntos simétricos de $P(1, 2, 3)$ respecto del plano

$\alpha: x - 3y - 2z + 4 = 0$ y respecto de la recta $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 4x - z = 0 \end{cases}$

15.- Halla la distancia entre el punto $P(2, 1, 3)$ y la recta

$$r: \begin{cases} 2x - y - z - 3 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

16.- Determina la ecuación de un plano π paralelo al plano de la ecuación $x - 2y + 3z + 6 = 0$ y que dista 12 unidades del origen.

17.- Halla la ecuación de la proyección ortogonal r' de la recta

$r: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ sobre el plano $\alpha: x - 3y + 2z + 12 = 0.$

18.-

Los puntos $P(0, 1, 0)$ y $Q(-1, 1, 1)$ son dos vértices de un triángulo, y el tercero, S, pertenece a la recta $r: \begin{cases} x = 4 \\ z = 1 \end{cases}$. La recta que contiene a P y a S es perpendicular a la recta r.

a) Determina las coordenadas de S.

b) Calcula el área del triángulo PQS.

19.-

Sea la recta $r: \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$

a) Determina la ecuación de la recta s que corta perpendicularmente a r y pasa por $(0, 2, 2)$, y las coordenadas del punto P intersección de r y s.

b) Halla la ecuación del plano π que contiene a r y s y la de la recta t perpendicular a π por el punto P.

c) Si Q es cualquier punto de t, explica, sin hacer ningún cálculo, qué relación hay entre las distancias de Q a r, a s y a π.

20.- Halla el plano de la familia: $mx + y + z - (m + 1) = 0$ que está situado a distancia 1 del origen.