

**Evaluación: 1ª. Unidades 2 y 4:**

**Potencias, raíces, progresiones y problemas de fracciones.**

No puede usarse calculadora en esta prueba. No se valorarán los resultados que no estén justificados. Cualquier resultado en forma de fracción debe darse de forma irreducible. Cualquier resultado en forma de potencia debe simplificarse al máximo.

**Ejercicio nº 1.-** (0,75 puntos)

Tres amigos se reparten un premio que les ha tocado en un sorteo, de forma que el primero se lleva  $\frac{3}{5}$  del total; el segundo se lleva  $\frac{5}{8}$  de lo que queda, y el tercero se lleva 37,5 €. ¿A cuánto ascendía el premio?

**Ejercicio nº 2.-** (0,75 puntos)

Expresa como potencia de exponente positivo y calcula:

a)  $(2^{-3})^2$     b)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$     c)  $10^{-5}$     d)  $\frac{1}{(10^2)^{-3}}$

**Ejercicio nº 3.-** (0,75 puntos)

Simplifica:  $\frac{3^3 \cdot 9^{-3} \cdot 16^{-2} \cdot 8^3}{4^2 \cdot 6^{-2}}$

**Ejercicio nº 4.-** (0,75 puntos)

Opera:  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{9}\right) + \frac{5}{4} \cdot \left(2^{-3} + \frac{1}{4}\right)$

**Ejercicio nº 5.-** (1 punto)

I) Expresa con todas las cifras:

a)  $1,4 \cdot 10^5$   
b)  $5,8 \cdot 10^{-1}$   
c)  $2,6587 \cdot 10^{-3}$

II) Expresa en notación científica las siguientes cantidades:

a) 70 millones  
b) 0,00001234  
c) 25100000

**Ejercicio nº 6.-** (1 punto)

Calcula:

a)  $1,23 \cdot 10^4 - 2,03 \cdot 10^3 + 8,05 \cdot 10^{-1}$   
b)  $\frac{2,57 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-3}}$

**Ejercicio nº 7.-** (1 punto)

Calcula:

a)  $\sqrt[5]{-243}$     b)  $\sqrt[3]{216}$     c)  $\sqrt{255}$     d)  $\sqrt[3]{\frac{1331}{243}}$

**Ejercicio nº 8.-** (0,75 puntos)

Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $\frac{1}{2}\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - \frac{3}{4}\sqrt{3}$     b)  $(\sqrt[3]{2})^4 \cdot \sqrt[3]{3}$     c)  $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}$

**Ejercicio nº 9.-** (0,5 puntos)

Identifica si las siguientes progresiones son aritméticas o geométricas y calcula la expresión de su término general.

a) 4, 12, 36, 108, 324, ...  
b) 5, 9, 13, 17, 21, ...  
c)

**Ejercicio nº 10.-** (0,75 puntos)

Calcula la suma de los 16 primeros términos de una progresión aritmética en la que:

$a_4 = 7$     y     $a_7 = 16$

**Ejercicio nº 11.-** (1 punto)

En una progresión geométrica,  $a_2 = 6$  y  $r = 0,5$ . Halla la suma de sus infinitos términos.

**Ejercicio nº 12.-** (1 punto)

Escribe los siete primeros términos de una progresión geométrica de la que se conoce

$S_7 = 762$  y  $r = 2$

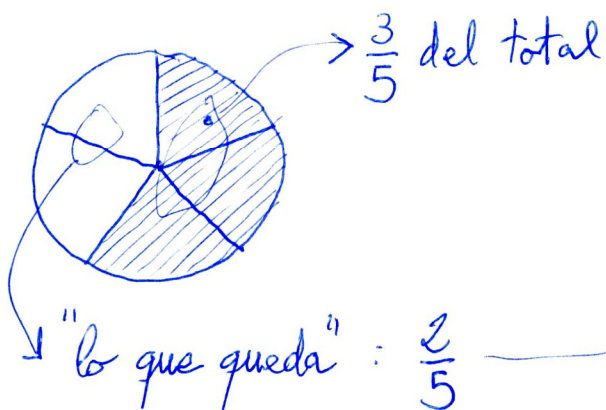
NOTA: PARA QUE TODOS LOS PASOS ESTÉN CLAROS, SE HAN HECHO MUCHAS "CUENTAS" QUE, EN CONDICIONES NORMALES PODRÍAMOS SALTARNOS.

1

$$1^{\circ} \longrightarrow \frac{3}{5} \text{ del total}$$

$$2^{\circ} \longrightarrow \frac{5}{8} \text{ de lo que queda: } \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$3^{\circ} \longrightarrow 37,5 \text{ €}$$



llamemos  $x$  al total:  $\left(\frac{3}{5} \text{ de } x\right) + \left(\frac{1}{4} \text{ de } x\right) + 37,5 = x;$

$$\frac{3}{5} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + 37,5 = x; \quad \frac{4 \cdot 3}{20} x + \frac{5 \cdot 1}{20} x + 37,5 = x$$

$$\frac{12}{20} x + \frac{5}{20} x + 37,5 = x; \quad \frac{17}{20} x + 37,5 = x; \quad 37,5 = x - \frac{17}{20} x$$

$$37,5 = \frac{20}{20} x - \frac{17}{20} x; \quad 37,5 = \frac{3}{20} x; \quad x = \frac{20}{3} \cdot 37,5 = \frac{750}{3} = \underline{\underline{250}}$$

250 € es el total.

2

$$a) (2^{-3})^2 = 2^{-3 \cdot 2} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \underline{\underline{\frac{1}{64}}}$$

$$b) \left(\frac{1}{6}\right)^{-3} = \left(\frac{6}{1}\right)^3 = 6^3 = \underline{\underline{216}}$$

$$c) 10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = \underline{\underline{0,00001}}$$

$$d) \frac{1}{(10^2)^{-3}} = \frac{1}{10^{2 \cdot (-3)}} = \frac{1}{10^{-6}} = 10^6 = 1000000$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{3} \quad \frac{3^3 \cdot 9^{-3} \cdot 16^{-2} \cdot 8^3}{4^2 \cdot 6^{-2}} &= \frac{3^3 \cdot (3^2)^{-3} \cdot (2^4)^{-2} \cdot (2^3)^3}{(2^2)^2 \cdot (2 \cdot 3)^{-2}} = \\
 &= \frac{3^3 \cdot 3^{-6} \cdot 2^{-8} \cdot 2^9}{2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2}} = \frac{3^3 \cdot 3^2 \cdot 2^9 \cdot 2^2}{2^4 \cdot 2^8 \cdot 3^6} = \frac{3^{3+2} \cdot 2^{9+2}}{2^{4+8} \cdot 3^6} = \\
 &= \frac{3^5 \cdot 2^{11}}{3^6 \cdot 2^{12}} = 3^{5-6} \cdot 2^{11-12} = 3^{-1} \cdot 2^{-1} = 6^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{4} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{9}\right) + \frac{5}{4} \cdot (2^{-3} + \frac{1}{4}) &= \\
 &= \frac{2}{3} : \left(\frac{3}{9} - \frac{4}{9}\right) + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{2}{8}\right) = \\
 &= -\frac{18}{3} + \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{8} = -6 + \frac{15}{32} = -\frac{192}{32} + \frac{15}{32} = -\underline{\underline{\frac{177}{32}}}
 \end{aligned}$$

$$\boxed{5} \quad \text{I] a) } 1,4 \cdot 10^5 = 140000$$

$$\text{b) } 5,8 \cdot 10^{-1} = 0,58$$

$$\text{c) } 2,6587 \cdot 10^{-3} = 0,0026587$$

$$\text{II] a) } 70 \text{ millones} = 7 \cdot 10^7$$

$$\text{b) } 0,00001234 = 1,234 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{c) } 25100000 = 2,51 \cdot 10^7$$



6

$$a) 1,23 \cdot 10^4 - 2,03 \cdot 10^3 + 8,05 \cdot 10^{-1} =$$

$$= 1,23 \cdot 10^4 - 0,203 \cdot 10^4 + 0,000805 \cdot 10^4 =$$

$$= (1,23 - 0,203 + 0,000805) \cdot 10^4 =$$

$$= 1,4330805 \cdot 10^4$$

Como ya es notación científica (sólo unidades antes de la coma, no hace falta hacer nada más).

para poder sumar o restar potencias necesitamos que estén elevadas al mismo exponente (en principio el que queramos)

$$b) \frac{2,57 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-3}} = \frac{2,57}{3,2} \cdot \frac{10^8}{10^{-3}} = 0,803125 \cdot 10^{8-(-3)} =$$

$$= 0,803125 \cdot 10^{11} = 8,03125 \cdot 10^9$$

No es notación científica todavía.

$$\begin{array}{r} 2570 \overline{) 320} \\ 010000 \\ 04001 \\ 0800 \\ 1600 \\ 000 \end{array}$$

Como el exponente es impar, si existe raíz negativa

7

$$a) \sqrt[5]{-243} = \sqrt[5]{-3^5} = -3$$

$$\begin{array}{r} 243 \overline{) 3} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$b) \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{6^3} = 6$$

$$\begin{array}{r} 216 \overline{) 2} \\ 108 \overline{) 2} \\ 54 \overline{) 2} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$c) \sqrt{255} = \sqrt{5 \cdot 3 \cdot 17}$$

$$\begin{array}{r} 255 \overline{) 5} \\ 51 \overline{) 3} \\ 17 \overline{) 17} \\ 1 \end{array}$$

No se puede simplificar

d)

$$\sqrt[3]{\frac{1331}{243}} = \sqrt[3]{\frac{11^3}{3^5}} =$$

$$\begin{array}{r} 1331 \overline{) 11} \\ 23 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 11} \\ 0 \end{array}$$

$$= \frac{11}{3} \sqrt[3]{\frac{1}{3^2}} =$$

$$\begin{array}{r} 1331 \overline{) 11} \\ 121 \overline{) 11} \\ 11 \overline{) 11} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243 \overline{) 3} \\ 81 \overline{) 3} \\ 27 \overline{) 3} \\ 9 \overline{) 3} \\ 3 \overline{) 3} \\ 0 \end{array}$$

$$= \frac{11}{3} \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \frac{11}{3\sqrt[3]{9}}$$

$$\boxed{8} \quad a) \frac{1}{2}\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - \frac{3}{4}\sqrt{3} = \left(\frac{1}{2} + 4 - \frac{3}{4}\right)\sqrt{3} =$$

$$= \frac{2+16-3}{4}\sqrt{3} = \frac{15}{4}\sqrt{3}$$

$$b) (\sqrt[3]{2})^4 \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{6}$$

$$c) 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = 2 \cdot \sqrt{14} = \sqrt{2^2 \cdot 14} = \sqrt{4 \cdot 14} = \sqrt{56}$$

Podríamos terminar aquí.

$$\boxed{9} \quad a) 4, 12, 36, 108, 324, \dots \text{ geométrica de razón } r=3$$

$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \\ & \times 3 & \times 3 & \times 3 & \times 3 & \times 3 & \end{array}$

Término general:  $a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$

$$b) 5, 9, 13, 17, 21, \dots \text{ aritmética de diferencia } d=4$$

$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \\ & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 & \end{array}$

Término general:  $b_n = 5 + (n-1) \cdot 4 = 5 + 4n - 4 = 4n + 1$

Planteamiento:

$$\boxed{10} \quad S_{16} = \frac{(a_1 + a_{16}) \cdot 16}{2} \quad \textcircled{4} \quad \frac{-2 + 43}{2} \cdot 16 = \frac{41 \cdot 16}{2} = 328$$

① Primero calculamos la diferencia

$$\left. \begin{array}{l} a_4 = 7 \\ a_7 = 16 \end{array} \right\} d = \frac{16-7}{7-4} = \frac{9}{3} = 3; d=3$$

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7$

7                      16

$7-4 = 3 \text{ veces } d$

Aumento desde  $a_4$  hasta  $a_7$

② Después obtenemos  $a_1$  a partir de  $a_4$ :

$$a_4 = a_1 + (4-1) \cdot 3$$

$$7 = a_1 + 3 \cdot 3$$

$$7 = a_1 + 9$$

$$a_1 = 7 - 9 = -2$$

$$a_1 = -2$$

③ Una vez obtenido  $a_1$ , calculamos  $a_{16}$  con la fórmula del término general:

$$a_{16} = a_1 + (16-1) \cdot d =$$

$$= -2 + 15 \cdot 3 = -2 + 45 = 43$$

$$\boxed{11} \quad a_2 = 6, r = 0.5; a_1 = \frac{6}{0.5} = 12$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r} = \frac{12}{1-0.5} = \frac{12}{0.5} = 24$$

$$\boxed{12} \quad r=2$$

$$S_7 = 762$$

$$762 = \frac{a_1 \cdot 2^7 - a_1}{2-1} = a_1 \cdot 128 - a_1 = 127a_1$$

$$762 = 127a_1; a_1 = \frac{762}{127}; a_1 = 6, \text{ así:}$$

$$a: 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384$$