

SECUENCIAS NUMÉRICAS

SUCESIONES

Una sucesión es un conjunto de números ordenados según un criterio.

Se llama término general de una sucesión a la fórmula que permite obtener cualquier término.

Por ejemplo, en la sucesión 1, 4, 9, 16, 25, ... el término general es $a_n = n^2$

El término 20 de esta sucesión es $a_{20} = 20^2 = 400$

PROGRESIONES DEFINIDAS EN FORMA RECURRENTE

En una sucesión definida de forma recurrente, cada término se obtiene a partir de uno o varios términos.

Por ejemplo, en la sucesión 2, 5, 4, 6, 7, 10, 14, ... cada término se obtiene sumando

los dos anteriores y restando tres $\rightarrow a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - 3$

PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Una progresión aritmética es una sucesión en la cual se pasa de cada término al siguiente sumando una cantidad constante, d , llamada diferencia.

El término general de una progresión aritmética es $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Por ejemplo, en la sucesión 7, 11, 15, 19, ..., cada término se obtiene sumando 4 al anterior

Así:

$d = 4$

$a_n = 7 + (n-1) \cdot 4$ $a_{24} = 7 + 23 \cdot 4 = 7 + 92 = 99$

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Una progresión geométrica es una sucesión en la cual se pasa de cada término al siguiente multiplicando por una cantidad constante, r , llamada razón.

Por ejemplo, en la sucesión 0,25; 0,5; 1; 2; 4; ..., cada término se obtiene multiplicando por dos el anterior.

Así:

$$a_6 = a_5 \cdot 2 \text{ y también } a_6 = a_1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = a_1 \cdot 2^5$$

Y de la misma forma, a_{10} se obtiene multiplicando a_1 por 2 $n-1$ veces.

Continúa, n tres términos cada sucesión.

a) $-10, -6, -2, 2, 6, \dots, 10, 14, 18$

b) $5, 6, 4, 7, 3, \dots, 8, 2, 9$

c) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, \dots, \frac{5}{32}, \frac{6}{64}, \frac{7}{128}$

Escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general, a_n , es:

a) $a_n = 2n$ $2, 4, 6, 8, \dots$

b) $a_n = 2n - 1$ $1, 3, 5, 7, \dots$

c) $a_n = 2(n - 1)$ $0, 2, 4, 6, \dots$

Escribe los cinco primeros términos de una sucesión sabiendo que $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ y que $a_n = 1 + a_{n-1} + a_{n-2}$

$1, 3, 5, 9, 15, \dots$

Escribe los tres términos siguientes de estas progresiones aritméticas y halla su diferencia y su término general:

a) $-4, -1, 2, \dots, 5, \dots, 8, 11$ $d = 3$ $a_n = -4 + (n-1) \cdot 3$

b) $5, 11, 17, 23, 29, 35$ $d = 6$ $a_n = 5 + (n-1) \cdot 6$

c) $1, \frac{3}{2}, 2, \dots, \frac{5}{2}, \dots, 3$ $d = \frac{1}{2}$ $a_n = 1 + (n-1) \cdot \frac{1}{2}$

Halla a_{20} y la suma de los veinte primeros términos de las progresiones del ejercicio anterior

$a_{20} = -4 + (20-1) \cdot 3 = 55 \rightarrow S_{20} = \frac{-4+55}{2} \cdot 20 = 510$

$b_{20} = 5 + (20-1) \cdot 6 = 119 \rightarrow S_{20} = \frac{5+119}{2} \cdot 20 = 1240$

$c_{20} = 1 + (20-1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{2} \rightarrow S_{20} = \frac{1+\frac{21}{2}}{2} \cdot 20 = 115$

Escribe los tres términos siguientes de estas progresiones geométricas y halla su razón.

a) $3, 6, 12, 24, 48, 96$ $r = 2$

b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$ $r = \frac{1}{2}$

1. Halla el término general de estas sucesiones:

a) $1, 5, 9, 13, \dots \rightarrow d=4$ $a_n = 1 + (n-1) \cdot 4 = 1 + 4n - 4 = 4n - 3$

b) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$ $d_n = \frac{n}{n+1}$ $r = \frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$ $c_n = (\frac{2}{3})^n$

d) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots$ $d_n = (\frac{2}{3})^{n-1}$

2. Escribe los cuatro primeros términos de las sucesiones cuyo término general a_n es:

a) $a_n = n^3$ $1, 8, 27, 64, \dots$

b) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$ $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \dots$

c) $a_n = \frac{3}{1+2^n}$ $\frac{3}{2}, \frac{3}{5}, \frac{3}{9}, \frac{3}{17}, \dots$

3. Calcula:

El término a_{100} de la sucesión de los números impares $(1, 3, 5, \dots)$

$d = 2$ $a_1 = 1$ $a_{100} = 1 + (100-1) \cdot 2 = 1 + 99 \cdot 2 = 199$

4. En una progresión aritmética, $a_3 = 5$ y $a_6 = 17$. Halla la diferencia, d , los términos a_1 y a_{20}

$a_1, a_2, 5, a_4, a_5, 17$ $3d = 17 - 5$ $d = 4$ $a_3 = 5 = a_1 + (3-1) \cdot 4$ $a_1 = 5 - 8 = -3$

5. En una progresión geométrica, $a_1 = 2$ y $a_4 = 1/4$.

a) ¿Cuál es la razón? $2, a_2, a_3, \frac{1}{4}$ $a_{20} = -3 + (20-1) \cdot 4 = 73$

b) Escribe los cinco primeros términos. $2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ $a_{20} = -3 + 76 = 73$

c) ¿Cuál es el término general?

$a_n = 2 \cdot (\frac{1}{2})^{n-1}$