

pág 76. Aplica lo aprendido (cont.).

15 a) $d=5$; $a_8=37$

$$\underbrace{37}_{a_8} = a_1 + (8-1) \cdot \underbrace{5}_d ; \text{ despejamos } a_1 : 37 = a_1 + 35 ; a_1 = 2$$

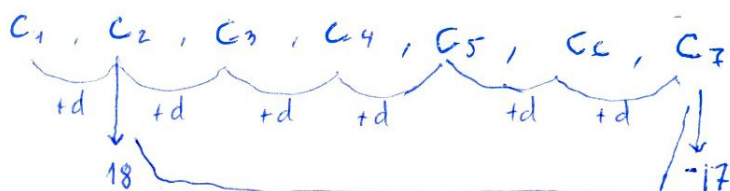
$$a_n = 2 + (n-1) \cdot 5 = 2 + 5n - 5 = 5n - 3$$

b) $b_{11}=17$; $d=2$

$$17 = b_1 + (11-1) \cdot 2 ; 17 = b_1 + 20 ; b_1 = -3 ; b_n = -3 + (n-1) \cdot 2 =$$

$$= -3 + 2n - 2 = 2n - 5$$

c) $C_2=18$; $C_7=-17$



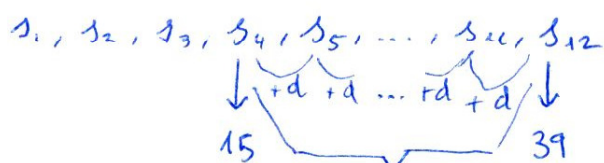
$$5 \text{ veces } d = 5 \cdot d$$

$$18 + 5 \cdot d = -17 \rightarrow 5 \cdot d = -17 - 18 ; 5 \cdot d = -35 ; d = -\frac{35}{5} = -7$$

$$C_2 + 5 \cdot d = C_7$$

$$\text{Entonces, } C_1 = C_2 - (-7) = 18 + 7 = 25, \text{ luego } C_n = 25 + (n-1) \cdot (-7) = 25 - 7n + 7 = 32 - 7n$$

d) $s_4=15$; $s_{12}=39$



Cálculo de d:

$$s_4 + 8 \cdot d = s_{12}$$

$$15 + 8 \cdot d = 39 ; 8d = 39 - 15 ;$$

$$8d = 24 ; d = \frac{24}{8} = 3$$

Cálculo de s_1 : $(12-4) \text{ veces } d = 8 \cdot d$

$$s_4 = s_1 + (4-1) \cdot d ; 15 = s_1 + 3 \cdot 3 ; 15 = s_1 + 9 ; s_1 = 6$$

Finalmente: $s_n = 6 + (n-1) \cdot 3 = 6 + 3n - 3 = 3n + 3$

16 a) $a_3=3$; $r=1/10$

$$a_3 = a_1 \cdot r^{(3-1)} ; 3 = a_1 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 ; 3 = a_1 \cdot \frac{1}{100} ; a_1 = 3 \cdot 100 = 300$$

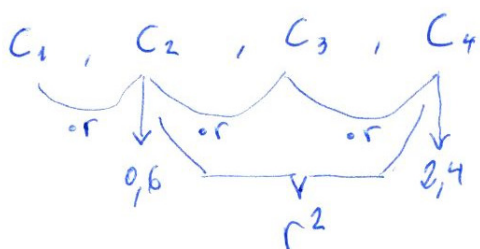
$$\text{Así, } a_n = 300 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

b) $b_4 = 20,25$; $r = -1,5$

$$b_4 = b_1 \cdot r^{4-1} ; 20,25 = b_1 \cdot (-1,5)^3 ; b_1 = \frac{20,25}{(-1,5)^3} = -\frac{20,25}{3,375} = -6$$

Por tanto: $b_n = -6 \cdot (-1,5)^{n-1}$

c) $c_2 = 0,6$; $c_4 = 2,4$

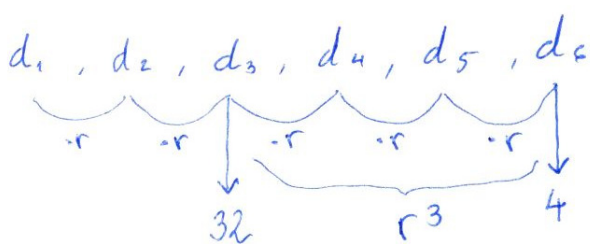


$$0,6 \cdot r^2 = 2,4 ; r^2 = \frac{2,4}{0,6} = 4 ; r = \sqrt{4} = \pm 2$$

Si $c_2 = 0,6$, entonces: $\begin{cases} 0,6 = c_1 \cdot 2 ; c_1 = \frac{0,6}{2} = 0,3 \\ \text{dos soluciones posibles} \rightarrow 0,6 = c_1 \cdot (-2) ; c_1 = \frac{0,6}{-2} = -0,3 \end{cases}$

Así: $\begin{cases} c_n = 0,3 \cdot 2^{n-1} \\ c_n = -0,3 \cdot (-2)^{n-1} \end{cases}$

d) $d_3 = 32$; $d_6 = 4$



$$\begin{aligned} 4 &= 32 \cdot r^3 ; r^3 = \frac{4}{32} ; r = \sqrt[3]{\frac{4}{32}} = \\ &= \sqrt[3]{\frac{2^2}{2^5}} = \sqrt[3]{2^{2-5}} = \sqrt[3]{2^{-3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^3}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Si $d_3 = 32$, $32 = d_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $32 = d_1 \cdot \frac{1}{4}$; $d_1 = 4 \cdot 32 = 128$

Por tanto, $d_n = 128 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

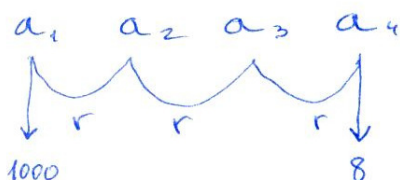
17 $a_1 = -5$, $S_{10} = 120$

$$120 = \frac{(-5 + a_{10}) \cdot 10}{2} ; 120 = \frac{-50 + 10a_{10}}{2} ; 120 = -25 + 5a_{10} ;$$

$$5a_{10} = 120 + 25 ; 5a_{10} = 145 ; a_{10} = \frac{145}{5} = 29$$

Para calcular d : $29 = -5 + (10-1) \cdot d$; $29 = -5 + 9d$; $29 + 5 = 9d$; $d = \frac{34}{9}$
 $a_{10} = a_1 + (10-1) \cdot d$

18 $a_1 = 1000$
 $a_4 = 8$



$$\rightarrow 8 = 1000 \cdot r^3;$$

$$r^3 = \frac{8}{1000}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

obien, 0,2
calculadora

$$S_5 = \frac{1000 \cdot \left(\left(\frac{1}{5}\right)^5 - 1\right)}{\frac{1}{5} - 1} = 1249,6$$

Si se puede hallar la suma de sus términos infinitos porque $|r| < 1$. Así: $S_\infty = \frac{1000}{1 - 0,2} = \frac{1000}{0,8} = 1250$

19 $1, 5, 9, 13, \dots \rightarrow$ sucesión aritmética de diferencia $d=4$

$$S_{50} = 1 + (50-1) \cdot 4 = 1 + 196 = 197$$

$$S_{50} = \frac{(1 + 197) \cdot 50}{2} = 198 \cdot 25 = 4950$$

20 $3, 4'5, 6, 7'5, \dots$

$\underbrace{3, 4'5}_{1,5} \quad \underbrace{6, 7'5}_{1,5}$

$$15 = 3 + (n-1) \cdot 1,5; \quad 15 = 3 + 1,5n - 1,5; \quad 15 = 3 - 1,5 + 1,5n;$$

$$a_x = a_1 + (x-1) \cdot d$$

$$; \quad 15 = 1,5 + 1,5n; \quad 1,5n = 15 - 1,5; \quad 1,5n = 13,5; \quad n = \frac{13,5}{1,5} = 9$$

Por tanto, tiene que entrenar 9 días para llegar a hacer 15 Km.

los kilómetros que recorrerá al final del entrenamiento se calculan con la suma de todos los términos de la progresión hasta el día n (el último).

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = \frac{(3 + 3 + (n-1) \cdot 1,5) \cdot n}{2} = \frac{(6 + 1,5n - 1,5) \cdot n}{2} =$$

$$= \frac{(4,5 + 1,5n) \cdot n}{2} = 0,75n^2 + 2,25n$$

Si tomamos 9 como el total de días que entrena:
 $S_9 = 0,75 \cdot 9^2 + 2,25 \cdot 9 = 81 \text{ Km}$

En este caso se puede calcular directamente S_9

21

100 mg el 1^{er} día
5 mg menos cada día
El tratamiento dura 12 días.

100, 95, 90, 85, ... es una
progr. aritmética de 1^{er}
término 100 y
diferencia $d = -5$
será igual

los miligramos que toma en total el enfermo
a la suma de lo que toma cada día:

$$S_{12} = \frac{(100 + 45) \cdot 12}{2} = \frac{1740}{2} = 870 \text{ mg toma durante el tratamiento.}$$

$$S_{12} = 100 + (12-1) \cdot (-5) = 100 + (-55) = 45$$

22

1 4 7 ...
+3 +3

$$S_{10} = \frac{(1 + 28) \cdot 10}{2} = 29 \cdot 5 = 145 \text{ m ha recorrido en total.}$$

$$S_{10} = 1 + (10-1) \cdot 3 = 1 + 27 = 28 \text{ m recorre en el segundo 10.}$$

23

3 000 000 3 075 000 3 151 875 ...

$\times 1,025$ $\times 1,025$ $\times 1,025$

Es una progresión
geométrica de razón
 $r = 1,025$ y primer término
 $S_1 = 3 000 000$

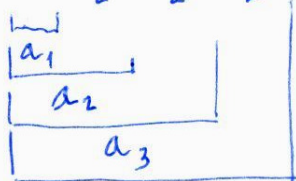
$$S_{10} = 3 000 000 \cdot (1,025)^{10-1} = 3 746 588,91 \approx 3 746 589 \text{ habitantes dentro de 10 años.}$$

24

$$a_1 = 64, r = 0,75$$

a) Primer término entero: como $a_1 = 64 = 2^6$ y $r = 0,75 = \frac{3}{4} = \frac{3}{2^2}$

$$2^6 \cdot \frac{3}{2^2} \cdot \frac{3}{2^2} \cdot \frac{3}{2^2}$$



$$a_5 = 3^3 \cdot \frac{3}{2^2} = \frac{3^4}{2^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 20,25$$

→ aquí se han "gastado" todos los grados del
exponente ($a_4 = \frac{2^6 \cdot 3^3}{2^6} = 3^3$). A partir del
siguiente término, a_5 , seguimos dividiendo entre 2^2
sin haber ya factores para simplificar en el numerador → número decimal

b) En muchas calculadoras, incluso en sencillas, si damos dos veces a la tecla de multiplicar, cada vez que demos a igual, después del primer resultado, nos dará el resultado de haber multiplicado otra vez por el primer factor. Aplicado a este ejercicio:

$$0,75 \times \boxed{\times} \boxed{\times} 64 \boxed{=} 48 \boxed{=} 36 \boxed{=} 27 \boxed{=} \dots$$

$0,75 \times 64$ $0,75 \times 48$ $0,75 \times 36$
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$

↳ lo ponemos primero porque es por el que queremos volver a multiplicar

↓
Continuamos así hasta obtener el primer término inferior a 1.

Contando las veces que pulsamos $\boxed{=}$, resultan ser 15, luego:

$$a_{16} = 64 \cdot 0,75^{15} = 0,855$$

uno más porque a_1 es el primero y no estaba multiplicado

25

15% pierde cada año. Dicho de otro modo, cada año tiene un valor del 85% respecto al anterior.

20.000 € es el precio original.

Suponemos que el primer año sigue valiendo 20.000 €.

$$a_1 = 20.000, \quad a_2 = 20.000 \times 0,85, \quad a_3 = 20.000 \times 0,85^2$$

$$a_4 = 20.000 \times 0,85^3, \quad a_5 = 20.000 \times 0,85^4 = 10.440,13 \text{ €}$$

valor dentro de 5 años ✓

$$S_{10} = 255 \rightarrow \text{son múltiplos de 3 consecutivos.}$$

26

3, 6, 9, 12... → progresión aritmética con $d=3$

la cuestión es ¿en cuál empezamos? Como $S_{10} = 255$, entonces

$$255 = \frac{(s_1 + s_{10}) \cdot 10}{2} = \frac{[(s_1 + (s_1 + (10-1) \cdot 3)) \cdot 10]}{2} = \frac{(2s_1 + 27) \cdot 10}{2} = (2s_1 + 27) \cdot 5$$

$$\text{Retomando: } 255 = (2s_1 + 27) \cdot 5; \quad 255 = 10s_1 + 135; \quad 255 - 135 = 10s_1$$

$$120 = 10 \cdot s_1; \quad s_1 = \frac{120}{10} = 12 \rightarrow \text{el primero; el último es: } s_{10} = 12 + (10-1) \cdot 3 = 39$$