TEOREMAS DE CONTINUIDAD:

*Probar que la ecuación $x^3 - 4x - 2 = 0$ tiene alguna raíz real, aproximando su valor hasta las décimas.

SELECTIVIDAD

*Determinar si el polinomio $x^4 - 4x^2 - 1$ tiene alguna raíz real negativa.

SELECTIVIDAD

*Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & \text{si} \quad 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

¿es continua?

Prueba que existe $c \in [0\,,\,3]$ tal que $f(c) = 0$. ¿Contradice el teorema de Bolzano?

SELECTIVIDAD

*Dadas las funciones $f(x) = x \cdot \text{sen}\, x$ y $g(x) = \ln x$ justifica que existe un punto del intervalo $[2, 3]$ donde ambas funciones toman el mismo valor.

*Dada la función $f(x) = x^3$, estudiar si está acotada superiormente e inferiormente en el intervalo $[1, 5]$ e indica si alcanza sus valores máximos y mínimos.

SELECTIVIDAD

*Demostrar que las funciones $f(x) = \ln x$ y $g(x) = e^{-x}$ se cortan en algún punto y localizarlo aproximadamente:

SELECTIVIDAD

*¿Puede asegurarse, utilizando el teorema de Bolzano, que la función $f(x) = \text{tg}\, x$ tiene una raíz en el intervalo $[\pi/4\,,\,3\pi/4]$?

Razona la respuesta

SELECTIVIDAD

*La función f se define en $[-1, 1]$ del siguiente modo: vale -1 si $x \le 0$ y vale $2x^3 - 1$ si $x > 0$.

Explica si f verifica el teorema de Bolzano.

SELECTIVIDAD

*Probar que la ecuación $x = \cos x$ tiene solución positiva.

SELECTIVIDAD

*Enuncia el teorema de Bolzano. Aplícalo para demostrar que la ecuación $2^{x-1} = 1 + (1 + x)^2$ tiene al menos una solución, determinando un intervalo (a, b) con $a \in R$, $b \in R$ y $a < b$, en el cual se encuentre dicha solución.

*Sean f y g dos funciones continuas en $[a, b]$ y tales que $f(a) > g(a)$ y $f(b) < g(b)$. Demostrar que $\exists\, c \in (a, b)$ tal que $f(c) = g(c)$.

SELECTIVIDAD

*Demostrar que las funciones $f(x) = e^x$ y $g(x) = 1/x$ se cortan en algún punto $x > 0$:

SELECTIVIDAD

*Demostrar que la siguiente función alcanza máximo y mínimo absolutos en el intervalo $[-1, 1]$ y calcularlos.

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

*Probar que la función $f(x) = x + \operatorname{sen} x - 1$ es continua para toda $\mathbb{R}$ y probar que existe al menos una raíz real de la ecuación $x + \operatorname{sen} x - 1 = 0$.