DERIVADAS

1.- Halla la función derivada de $f(x)=\sqrt{x+3}$ utilizando la definición.

2.- Calcula si la función $f(x)=x\cdot|x-1|$ es derivable en x = 1 utilizando la definición.

3.- Dada la función $f(x)=|x-3|+|x|$ halla su función derivada.

4.- Calcula la derivada de: a) $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ b) $y=\sin x\cos x$.

5.- Calcula la derivada de: a) $y=\sqrt[3]{(5x-3)^2}$ b) $y=\arcsin\dfrac{x^2}{3}$.

6.- Calcula la derivada de: a) $y=\ln(2x-1)$ b) $y=tg\dfrac{x^2}{2}$.

7.- Calcula la derivada de: a) $y=\ln\sqrt{1-x}$ b) $y=(\arctan x)^2$.

8.- Calcula la derivada de: a) $y=\log_3(7x+2)$ b) $y=\ln tg\dfrac{3}{x}$.

9.- Calcula la derivada de: a) $y=5\tan^3(3x^2+1)$ b) $y=\sqrt{x+\sqrt{x}}$

10.- Calcula la derivada de: a) $y=\sqrt{\tan x^2}$ b) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x-2}{x+2}}$.

11.- Estudia la continuidad y derivabilidad de estas funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} e^x & \text{si } x\le 0 \\ 1 & \text{si } 0<x<3 \\ -x^2+3x+2 & \text{si } x\ge 3 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si } x<-1 \\ 2x+2 & \text{si } -1\le x\le 2 \\ -x^2+8x & \text{si } x>2 \end{cases}$

12.-Calcula la derivada de estas funciones implícitas:

a) $x^2+y^2=9$ b) $x^2+y^2-4x-6y+9=0$ c) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

d) $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{25}=1$ e) $x^3+y^3+2xy=0$ f) $\dfrac{(x-1)^2}{8}+\dfrac{(y+3)^2}{14}=1$

13.- Aplica la derivación logarítmica para derivar:

a) $y=\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^x$ b) $y=x^{x+1}$ c) $y=(\ln x)^{x+1}$

14.- ¿Cuántos puntos hay en esta función que no tengan derivada? $y=|x^2+6x+8|$.

15.- Considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2-5x+m & \text{si } x\le 1 \\ -x^2+nx & \text{si } x>1 \end{cases}$

a) Calcula m y n para que f sea derivable en todos los puntos.

b) ¿En que puntos es $f'(x)=0$?

16.- Determina el valor de k que hace la función $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2+k}$ tenga un único punto de tangente horizontal.

17.- Dada la función $f(x)=\begin{cases} e^{-x} & \text{si } x\le 0 \\ 1-x & \text{si } x>0 \end{cases}$ estudia si es continua y derivable en todos sus puntos.

18.- Calcula a y b para que la siguiente función sea derivable en todos sus puntos:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+3x & \text{si } x\le 2 \\ x^2\text{-}bx\text{-}4 & \text{si } x>2 \end{cases}$$

19.- Calcula la derivada de orden n de la función $f(x)=e^{2x}$.

20.- Halla a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} 2x+a & \text{si } x<-1 \\ ax+b & \text{si -}1\le x<0 \\ 3x^2+2 & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$ sea continua.

Estudia la derivabilidad para esos valores de a y b obtenidos.

21.- Calcular a y b para que la función $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & \text{si } x<1 \\ 2x+1 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$ cumpla las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[-1,5]$. ¿Cuál es el punto que cumple la tesis?

22.- Halla las tangentes a la curva $y=\dfrac{2x}{x-1}$ paralelas a la recta $2x+y=0$.

23.- Halla un punto de la gráfica $y=x^2+x+5$ en el cual la recta tangente sea paralela a $y=3x+8$.

24.- Halla una recta que sea tangente a la curva $y=x^2-2x+3$ y que forme un ángulo de 45° con el eje de abcisas.¿Hay algún punto de la curva en el que la recta tangente sea horizontal?

25.- Determina los coeficientes de la curva $y=x^3+Ax^2+Bx+C$ para que sea tangente a la recta $y=3x-2$ en el punto (1,1) y para que tenga un extremo local en el punto x=4.

26.- Halla los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3^x}{x^3}$ b) $\lim\limits_{x\to\infty} x(5^{1/x}-1)$ c) $\lim\limits_{x\to\infty}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$ d) $\lim\limits_{x\to\infty}(\cos x+sen x)^{\frac{1}{x}}$ e) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-2^{\frac{1}{x}})x$

27.- Halla los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{e^x-1}$ b) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{tgx-8}{\sec x+10}$ c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x+x^2}{2x^2}$

28.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$ b) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\dfrac{1}{\cos 2x}-\dfrac{tgx}{1-(\frac{4x}{\pi})}\right)$ c) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{e}{e^x-e}-\dfrac{1}{x-1}\right)$

29.- Calcula:

a) $\lim\limits_{x\to 0^+}(e^{\frac{1}{x}}+e^{\frac{2}{x}})^x$ b) $\lim\limits_{x\to 0^-}(e^{\frac{1}{x}}+e^{\frac{2}{x}})^x$

30.- Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada cuya capacidad sea de 8 dm^3. Averigua las dimensiones de la caja para que su superficie exterior sea mínima.

31.- Un triángulo isósceles tiene el lado desigual de 12m. y la altura relativa a ese lado de 5m. Encuentra un punto sobre la altura tal que la suma de distancias a los tres vértices sea mínima.

32.- En un cuadrado de lado 10cm. Queremos apoyar la base de un cilindro cuya área lateral es de 50cm2. ¿Cuál debe ser el radio del cilindro para que su volumen sea el mayor posible?

33.- Sea la función definida mediante: $f(x)=\begin{cases} ax(x+1) & \text{si } x\in[-1,0] \\ x\cdot(x-1)^2 & \text{si } x\in(0,1] \end{cases}$ ¿Para que valores de a puede aplicarse el teorema de Rolle a la función en el intervalo $[-1,1]$?