

Actividades de Repaso de Matemáticas ACADÉMICAS 4º ESO

NÚMEROS

1. Calcula el valor de la expresión $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{20}\right)$

2. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) 2^{-3}

k) 2^0

p) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$

b) 2^4

l) -3^{-2}

c) 2^{-3}

m) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

q) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$

d) 2^{-4}

e) $(-2)^3$

n) $\left(\frac{3}{4}\right)^0$

r) $(1-3)^4$

f) $(-2)^4$

g) $(-2)^{-3}$

ñ) $-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

s) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

h) -2^{-4}

i) -2^{-3}

o) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

t) $(-3)^2$

j) -2^{-4}

u) $\left(-\frac{2}{5}\right)^0$

3. Aplica las propiedades de las potencias y después calcula su valor:

a) $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7 \cdot 2^{-18}$

b) $(-2)^5 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^8$

c) $\frac{2^4 \cdot 2^{20} : 2^5}{2^{15}}$

d) $\frac{3^{25} \cdot 3^{50}}{(3^2)^{29}}$

e) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^{-12}\right]^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-24}$

f) $\frac{3^{25} \cdot 5^{15}}{3^{27} \cdot 5^{14}}$

g) $\frac{2 \cdot 3^3 \cdot (3 \cdot 5)^2}{3^5}$

4. Calcula el valor de las siguientes expresiones con potencias:

a) $-2^3 =$

b) $(-2)^3 =$

c) $(-1)^{37} =$

d) $5^0 =$

e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} =$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} =$

g) $-2^4 =$

h) $-(-2)^3 =$

5. Calcula el valor de las siguientes operaciones con potencias:

a) $\frac{3 \cdot 3^{23}}{3^{26}} =$

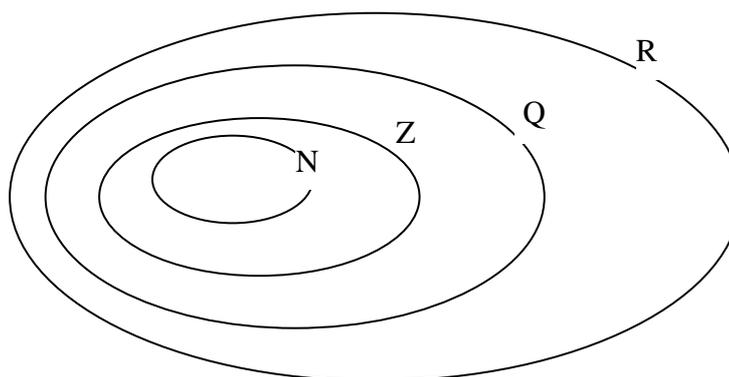
b) $\frac{(4^2)^{25} \cdot 4^{-19}}{2^{60}} =$

c) $\frac{3 \cdot 3^{-4}}{3^{-2}} =$

d) $\frac{9^7 \cdot (2 \cdot 5)^{25}}{(3^2)^6 \cdot 10^{27}} =$

6. Sitúa estos números en el lugar que le corresponda en el diagrama.

- a) 2'345
- b) $\frac{5}{6}$
- c) 2'13141516
- d) 3'18
- e) π
- f) $6\sqrt{2}$
- g) 67
- h) -12



7. Efectúa y simplifica el resultado:

a) $\frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{6} : \frac{2}{3} - 4^{-1} =$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 5 : \frac{1}{2} - [4 - 2^{22} : 2^{23}]5^0 =$

8. Calcula el valor de estas potencias:

- a) $(-3)^3$ b) 2^{-3} c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$ d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1}$ e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ g) $\left(\frac{2}{5}\right)^0$
- h) $(-3)^{-2}$ i) $(-1)^{100}$ j) $(-12)^0$ k) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ l) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ m) $(-2)^{-2}$

9. Calcula y simplifica:

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \frac{1}{4} : 2 + 5^{24} : 5^{23} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + 5^0 : 2$

10. El volumen de un cubo es 35,644 m³. ¿Cuánto mide su arista? Escribe esta medida utilizando dos aproximaciones, a decímetros y a centímetros.

11. Halla el valor de estas raíces a) $\sqrt{33^2} =$ b) $\sqrt[5]{32} =$ c) $\sqrt[3]{17^3} =$

12. Observa los ejemplos y después resuelve las siguientes ecuaciones. ¡Ojo!, algunas no tienen solución en \mathbb{R} ; en ese caso escribe “no tiene solución real”.

$x^3 = -27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-27} = -3$

$x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{16} = \pm 2$

a) $x^2 = 81$

h) $x^4 = \frac{1}{16}$

b) $x^5 = -100.000$

i) $x^3 = \frac{1}{1.000}$

c) $x^3 = 8$

j) $x^3 = -64$

d) $x^2 = -16$

k) $x^4 = -3^4$

e) $x^4 = 0,0016$

l) $x^3 = -27$

f) $x^5 = -1$

m) $x^8 = 1$

g) $x^{23} = 4^{23}$

n) $x^3 = -1.000.000$

| | | | |
|----|-----------------------|----|----------------------|
| o) | $x^4 = 0'0001$ | r) | $x^3 = 125$ |
| p) | $x^3 = -\frac{27}{8}$ | s) | $x^4 = \frac{1}{81}$ |
| q) | $x^4 = 0'0025$ | t) | $x^2 = 0'04$ |

13. Escribe la potencia como un radical y halla su valor si es exacto:

a) $3^{\frac{4}{3}}$ b) $32^{\frac{1}{5}} =$ c) $4^{\frac{3}{2}}$ d) $125^{\frac{1}{3}} =$ e) $81^{\frac{1}{2}} =$ f) $5^{\frac{5}{6}}$

14. ¿Qué raíces tienen el mismo valor? $\sqrt[4]{16}$, $\sqrt[3]{-8}$, $\sqrt{0,01}$, $\sqrt[17]{2^{17}}$, $-\sqrt[4]{16}$, $\sqrt[4]{\frac{1}{10000}}$.

15. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{3^2}$ b) $\sqrt[4]{10^8}$ c) $\sqrt[6]{25^3}$ d) $\sqrt[5]{3^{10}}$

16. Extrae factores de estos radicales:

a) $\sqrt{200}$ b) $\sqrt[3]{4^6}$ c) $\sqrt{25a^3}$ d) $\sqrt[3]{24}$ e) $\sqrt[3]{81 \cdot x^9 \cdot y^5 \cdot z^2}$
 f) $\sqrt[3]{8000}$ g) $\sqrt[3]{8b^3a^4}$ h) $\sqrt{\frac{27a}{49}}$ i) $\sqrt{\frac{50}{27}}$ j) $\sqrt[4]{\frac{243a^6}{b^{10}}}$ k) $\sqrt[4]{32x^4y^{10}}$

17. Decide si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

| | |
|---|---|
| a) $\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{7}$ | b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$ |
| c) $\sqrt[3]{81} = 3\sqrt[3]{3}$ | d) $\sqrt{2\sqrt{4}} = \sqrt[6]{32}$ |
| e) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ | f) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$ |
| g) $(\sqrt[3]{4})^3 = 4$ | h) $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -3$ |
| i) $\sqrt[3]{27^2} = 3^2$ | j) $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{a}$ |
| k) $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{a^2}$ | l) $\sqrt{3\sqrt{9}} = 3$ |

18. Reduce a índice común los siguientes radicales:

a) $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{4}$ b) $\sqrt[3]{5}$ y $\sqrt[6]{3}$ c) $\sqrt[10]{2a^3}$ y $\sqrt[8]{3b}$

19. Opera y simplifica lo que puedas:

| | | |
|---|---|---|
| a) $\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{2}} =$ | b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2} =$ | c) $\frac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[8]{3}}{\sqrt[8]{5}} =$ |
| d) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{125} =$ | e) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} =$ | f) $\sqrt[3]{2x^3} \cdot \sqrt{x^2y^3} \cdot \sqrt[6]{3^2xy^5} =$ |
| g) $\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - \sqrt{18}$ | h) $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{6}}$ | i) $5\sqrt{27} + \sqrt{\frac{3}{4}}$ |
| j) $\sqrt{100} + 3\sqrt{8} - 4\sqrt{32}$ | k) $\sqrt{27} + 3\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{48}$ | |

20. Efectúa las siguientes operaciones.

a) $8\sqrt{2} - \sqrt{8} =$

h) $\sqrt{64a^3} - 5\sqrt{400a} + 2a\sqrt{4a} =$

b) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$

i) $\sqrt{45} + \sqrt{5a^4} - \frac{3}{4}\sqrt{\frac{125}{4}} =$

c) $\frac{\sqrt[4]{4a^2b^2}}{\sqrt[6]{2a^2b^3}} =$

l) $\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{27}) =$

d) $\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{\frac{3}{4}} =$

m) $\frac{\sqrt[3]{4a^2} \cdot \sqrt[6]{140a^5}}{\sqrt[9]{20b^{15}a^3}} =$

e) $3\sqrt{a} + \sqrt{25a^3} =$

n) $\sqrt{2}(\sqrt{2} - 5\sqrt{3})^2 =$

f) $\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a^7} =$

ñ) $(\sqrt[3]{2a})^5 \cdot \sqrt[6]{3^4a^5} =$

g) $\sqrt[3]{16} + \sqrt{16} - 5\sqrt[3]{2} =$

21. Recuerda las identidades notables, desarrolla y simplifica las siguientes expresiones:

a) $(\sqrt{2} - 3)^2 =$

b) $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) =$

c) $(3 - 2\sqrt{5})^2 - \sqrt{125} =$

d) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) =$

e) $(2\sqrt{5} - 3)^2 =$

f) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 =$

g) $(\sqrt{7} - 2)(3\sqrt{7} + \sqrt{2}) =$

h) $(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2 + \frac{1}{2}\sqrt{35} =$

i) $(3\sqrt{5} + 2\sqrt{3})^2 =$

ÁLGEBRA

1.- Opera y simplifica:

a) $(2a+b^2)b - 4(ab - 2b^3)$

b) $(a - b^2)^2 =$

2.- Calcula y expresa el resultado lo mas simplificado posible:

a) $(5x^2 + 3)^2 =$

b) $(3y^2 - 2z)^3 =$

c) $(-x - 5)^2 =$

d) $(4x - y^2)(4x + y^2) =$

e) $\frac{x}{1-x^2} : \frac{3}{x+1} =$

3.- Dados los polinomios $P(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 8$ $Q(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5$ $R(x) = 2x^2 - 3$ halla:

a) $(P(x) - Q(x)) \cdot R(x)$

b) $Q(x) : R(x)$

4.- Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(3x + 5)^2$

b) $(4x^3 - 2y)$

c) $(x^3 + 4)(x^3 - 4)$

d) $(x + 2)^3$

e) $(4x^2 - 5)(2x + 1)^2$

f) $(x - 4y)^3$

5.- Halla el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^{111} - 5) : (x + 1) =$ b) $(x^3 - 2x + 4) : (x + 2) =$ c) $(-x^4 + 14x^2 + 18x) : (x^2 + 3x) =$

6.- Descompón en factores los siguientes polinomios:

a) $4x^3 - 8x^2 + x + 3 =$ b) $x^4 - 16 =$

7.- Expresa cada polinomio como producto de polinomios irreducibles:

a) $8x^3 - 32x =$ b) $2x^4 + x^3 - 9x^2 - 4x + 4 =$

8.- Simplifica lo más posible, sólo cuando se pueda:

a) $\frac{16x + 12x^2}{4x} =$ b) $\frac{-8x + 1}{x} =$ c) $\frac{16x^2 - 1}{4x + 1} =$ d) $\frac{9x^3 + 9x^2 - 16x - 16}{3x + 4} =$

9.- Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los polinomios P(x) y Q(x) siendo

$P(x) = x^5 - x^3$ y $Q(x) = x^4 - 2x^3 + x^2$

10.- Halla el valor de K para que al dividir entre $x - 2$ el polinomio $P(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + Kx + 6$

a) La división sea exacta.

b) El resto sea 13.

11.- Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{x^2+2x} = \frac{5x+1}{2x}$ b) $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{2x}{6} - 5$

12.- Resuelve estas ecuaciones: a) $x^4 - 1 = 0$ b) $x^3 + 1 = 0$ c) $x^4 - 5x^2 = 36$ d) $4x^4 - 16x^2 = 0$

13.- Resuelve estas ecuaciones:

a) $4x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 24x = 0$ b) $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{2x-1}{8}$
c) $2\sqrt{x-3} = x - \frac{5}{4}$ d) $\sqrt{x-3} = 7 - \sqrt{3x+4}$
e) $3\sqrt{x+1} - 3 + x = 0$ f) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+1} = 1$
g) $\frac{x^2}{x^2-2x+1} - \frac{x-3}{x-1} = 3$ h) $3x - \frac{1}{2}\sqrt{18x-8} = 1$

14.- Resuelve este sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 5 \\ y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \end{cases}$$

15.- ¿Qué intervalo numérico está definido por esta inecuación? $|x - 3| \leq 4$

16.- El área de un triángulo equilátero es 30 cm^2 y su perímetro es 25 cm . ¿Cuánto miden su altura y sus lados?

17.- Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado. Representa la solución en la recta real y en forma de intervalo.

$$\text{a) } 3(x-2) - 2(1-3x) \geq 10 \qquad \text{b) } \frac{x}{2} + 3 < 2x + \frac{1}{4} \qquad \text{c) } -\frac{x}{2} \leq 3(x+1)$$

18.- Resuelve las siguientes inecuaciones. Representa la solución en la recta real y en forma de intervalo.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^2 - x - 6 \leq 0 & \text{d) } 4x(x-2) \leq 0 \\ \text{b) } x^2 > 4x & \text{e) } 4x^2 - 7x < 2 \\ \text{c) } 3x^2 + x \geq 2 & \text{f) } 3 < x^2 + 2x \end{array}$$

19.- Resuelve estas inecuaciones y expresa las soluciones en forma de intervalo.

$$\text{a) } 3 - \frac{8x+2}{4} \leq \frac{1}{2} \qquad \text{b) } 2x^2 + 2x < 5x + 5$$

¿Es $x=2$ solución de la inecuación del apto. a) o del apto. b)?

20.- Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones de grado 1:
$$\left. \begin{array}{l} 3x - 1 < x + 3 \\ 4x - 3 \geq x - 3 \end{array} \right\}$$

(No se ha impartido en el curso 2014-15)

21.- Representa el recinto solución de los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \left. \begin{array}{l} 2x + y < 3 \\ -x + 2y > 4 \end{array} \right\} & \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + 5 < 0 \\ 2x - y - 4 < 0 \end{array} \right. & \text{c) } \left. \begin{array}{l} x + y > 5 \\ 2x - y < 7 \end{array} \right\} \end{array}$$

(No se ha impartido en el curso 2014-15)

22.- Descompón en factores los siguientes polinomios:

$$\text{a) } P(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 \qquad \text{b) } P(x) = x^5 + 6x^4 + 9x^3 \qquad \text{c) } Q(x) = x^5 - 9x^3$$

23.- Realiza las siguientes sumas de fracciones algebraicas simplificando el resultado:

$$\text{a) } \frac{5x}{x+2} - \frac{3x}{x-2} + \frac{6x^2}{x^2-4} \qquad \text{b) } \frac{3}{x^2+x} - \frac{x}{x^2-x} + \frac{x^2}{x^2-1}$$

24.- Realiza las siguientes operaciones de fracciones algebraicas simplificando el resultado:

$$\text{a) } \left(\frac{x}{x+3} \cdot \frac{x-3}{x^3} \right) : \frac{x^2-9}{x^4} \qquad \text{b) } \left(\frac{x-4}{x^2} \cdot \frac{x}{x+4} \right) : \frac{x^2-4x}{x+4}$$

25.- Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas:

$$\text{a) } x^4 + x^3 - 16x^2 - 4x + 48 = 0 \qquad \text{b) } (3x-15) \cdot (x^3 - x^2 - 2x + 2) = 0$$

$$c) (2x+1)(x^4 - 6x^2 + 5) = 0$$

$$d) 4x^5 - 4x^4 - x^3 + x^2 = 0$$

26.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) x^4 - 7x^2 + 12 = 0$$

$$b) x^7 + 27x^5 = 0$$

27.- Un periodista compra tres revistas y cinco periódicos por todo lo cual paga 13,8 €. Sabiendo que una revista vale 0,2 € mas que el doble de lo que vale un periódico ¿cuánto vale cada cosa?

28.- Expresa los polinomios del numerador y denominador como producto de fracciones y después simplifica la fracción:

$$a) \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$$

$$b) \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

$$c) \frac{3x - 6}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$$

$$d) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$$

29.- Resuelve estas inecuaciones:

$$a) x^2 - 3x - 4 > 0$$

$$b) 4x^2 - 4x + 1 > 0$$

30.- Resuelve gráficamente y analíticamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ 3y = 2x - 2 \end{cases}$$

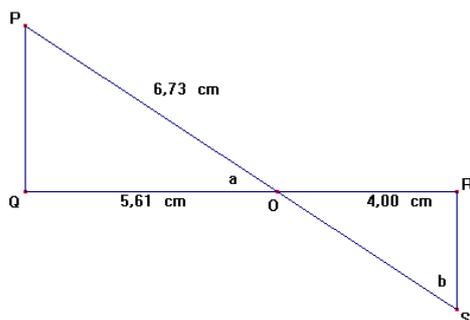
$$b) \begin{cases} y = -\frac{3}{x+2} \\ y+1 = x \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y = 1 + \sqrt{x-2} \\ y = 2(x-2) \end{cases}$$

SEMEJANZA Y TRIGONOMETRÍA

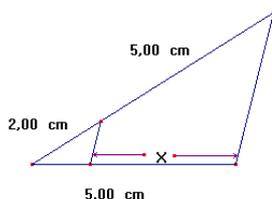
1.- Observa las figuras y contesta a las preguntas que se formulan a continuación:

FIGURA 1



- Justifica la semejanza de los triángulos OPQ y OSR
- Halla OS
- Halla las razones trigonométricas de los ángulos a y b

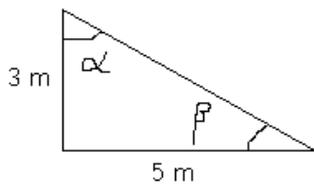
FIGURA 2



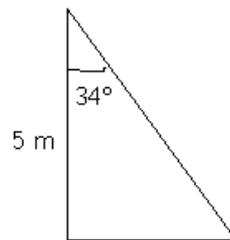
Halla el valor de x

2.- Resuelve (lados y ángulos) los siguientes triángulos rectángulos:

a)



b)



3.- Una escalera de 12 metros está apoyada en una pared a una altura de 8 metros.

- Calcula el ángulo que forma con el suelo.
- Calcula la altura sobre la que se apoya cuando el ángulo es de 60° .

4.- Los ángulos iguales de un triángulo isósceles son de 30° y su lado desigual mide 36 cm. Calcula su área y su perímetro. (Expresa el resultado de manera exacta)

5.- Desde un punto de la horizontal se observa el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 30° . Si nos acercamos 20 m. el ángulo de observación es de 60° . Calcula la altura de la torre. (Expresa el resultado exacto)

6.- Calcula razonadamente las siguientes razones trigonométricas transformándolas en función de ángulos del primer cuadrante expresa el resultado exacto:

- | | | |
|---------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| a) $\cos 135^\circ$ | b) $\sec 240^\circ$ | c) $\tan 300^\circ$ |
| d) $\sin 780^\circ$ | e) $\cotag (-270^\circ)$ | f) $\operatorname{cosec} 150^\circ$ |

Nota: $\operatorname{seca} = 1/\operatorname{cosa}$, $\operatorname{coseca} = 1/\operatorname{sena}$ y $\operatorname{cotaga} = 1/\operatorname{tga}$

7.- Las ramas de un compás miden 12 cm y forman un ángulo de 120° . Calcula el radio de la circunferencia que trazamos (expresa el resultado exacto).

8.- Un barco, que se encuentra a 100 metros de la costa, observa el punto más alto de un acantilado bajo un ángulo de 60° . Expresa el resultado de manera exacta.

- Calcula la altura del acantilado.
- ¿Qué distancia tendrá que recorrer el barco para que el ángulo de observación sea de 45° ?

9.- Un árbol de 21 metros proyecta una sombra de 8 metros.

- Calcula el ángulo que forma el sol con el horizonte
- Calcula la longitud de la sombra cuando el ángulo sea de 60°

10.- Calcula el área de un pentágono regular de 24 cm de lado.

11.- Un globo se encuentra entre dos personas bajo ángulos de observación de 60° y 30° . Si la distancia entre ambos es de 36 m. Calcula la altura a la que se encuentra el globo. (Expresa el resultado exacto)

12.- Calcula razonadamente las siguientes razones trigonométricas transformándolas en función de ángulos del primer cuadrante (expresa el resultado exacto):

- | | | | |
|---------------------|-------------------------------------|---------------------|---------------------|
| a) $\sin 240^\circ$ | b) $\operatorname{cosec} 135^\circ$ | c) $\tan 330^\circ$ | d) $\sec 450^\circ$ |
|---------------------|-------------------------------------|---------------------|---------------------|

13.- a) Sabiendo que $\operatorname{sen}\alpha = \frac{5}{13}$ y que el ángulo se encuentra en el primer cuadrante, calcula razonadamente y expresa el resultado exacto de $\cos\alpha$, $\operatorname{sen}(180^\circ + \alpha)$, $\operatorname{tag}(360 - \alpha)$ y $\operatorname{sec}(90 + \alpha)$.

b) Si $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{3}$ y $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ y que el ángulo se encuentra en el primer cuadrante, calcula razonadamente y expresa el resultado exacto de $\cos(180^\circ + \alpha)$ y $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$.

14.- Calcula EL VALOR EXACTO Y RACIONALIZADO de las otras razones trigonométricas de α . Representa el ángulo α cuidadosamente.

a) Sabiendo que $\operatorname{tag}\alpha = 2$ $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

b) Sabiendo que $\cos\alpha = -\frac{5}{6}$ $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

c) Si α es un ángulo del tercer cuadrante y $\operatorname{tg}\alpha = 5$.

d) Si α es un ángulo del tercer cuadrante y $\operatorname{sen}\alpha = -1/3$.

e) Si α es un ángulo del segundo cuadrante y $\operatorname{tg}\alpha = -3$.

15.- Simplifica la siguiente expresión: $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}\alpha} \cdot \operatorname{sec}\alpha$

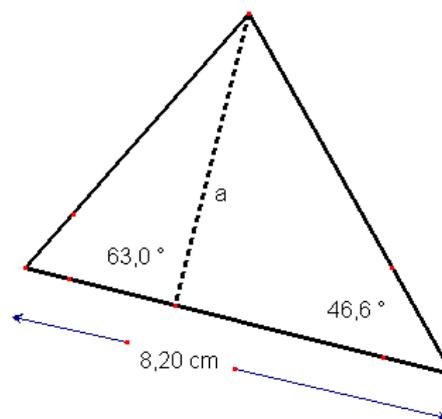
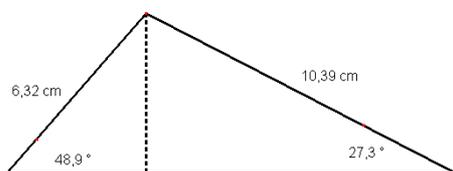
16.- La altura de los ojos de un observador es de 1,60 m. El observador ve el punto mas alto de un poste con un ángulo de elevación (ángulo formado por la visual y el horizonte) de 33° . La distancia entre los pies del observador y el pie del poste es de 6 m. Calcula la altura del poste.

17.- La puerta de entrada de una casa se encuentra a 2 metros sobre el nivel del suelo. Se ha construido una rampa de acceso con un ángulo de elevación de 12° . ¿Cuál es la longitud de la rampa?

18.- Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas de 240° . Apoya tu respuesta haciendo un dibujo en el que se aprecie claramente la relación de esas razones trigonométricas con las de un ángulo del primer cuadrante.

19.- Halla el área de un octógono regular si el radio de la circunferencia circunscrita a él es de 15 cm.

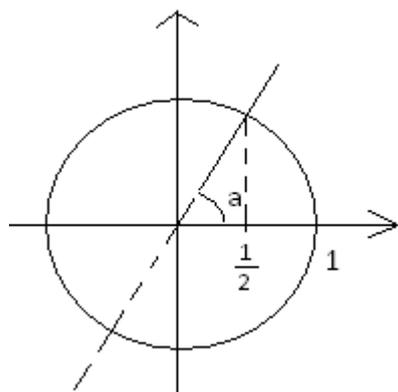
20.- Resuelve este triángulo (lados y ángulos) y halla su área:



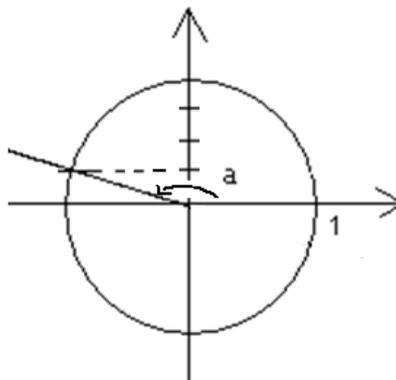
21.- Halla el perímetro y el área de este triángulo:

22.- Halla el valor exacto y racionalizado de las razones trigonométricas del ángulo a , del ángulo $180^\circ+a$ y del ángulo $-a$.

a)



b)



23.- Halla el valor exacto de las razones trigonométricas de los siguientes ángulos: 1.560° , -945° , -2070° y 3195° .

24.- Sabiendo que $\text{sen } a = -0,6$ y a es un ángulo del tercer cuadrante,

a) Dibuja el ángulo a con la mayor precisión posible.

b) Halla el valor EXACTO Y RACIONALIZADO de las razones trigonométricas del ángulo a , del ángulo $180^\circ+a$ y del ángulo $-a$.

FUNCIONES

1.- En una casa de hacer fotocopias se cobra cada copia a $0,10 \text{ €}$ y en otra, te cobran un importe fijo por “encargo de trabajo” de 10 € y, además, $0,05 \text{ €}$ a copia.

a) Escribe la expresión algebraica de las dos funciones.

b) Representálas en los mismos ejes de coordenadas.

c) ¿A partir de cuántas fotocopias sale mas barata la segunda opción?

2.- Representa la siguiente función hallando su vértice y puntos de corte con los ejes:

$$f(x) = x^2 - x - 6$$

¿Cuál es su dominio y su recorrido? ¿Cuál es su eje de simetría?

3.- Representa las siguientes funciones hallando su dominio, recorrido, el vértice, los puntos de corte con los ejes, el eje de simetría, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos. (Halla el valor exacto de las coordenadas de los puntos).

a) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

b) $f(x) = -x^2 + 6x + 7$

c) $f(x) = x^2 - x - 1$

d) $y = -2x^2 + 3x - 1$

4.- Representa gráficamente la siguiente función hallando su dominio, recorrido, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, las asíntotas y la curvatura.

a) $f(x) = \frac{6}{x-2}$

b) $f(x) = \frac{4}{x+2}$

c) $f(x) = 1 - \sqrt{x-5}$

d) $f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$

5.- En una circunferencia de radio 40 cm se inscribe un rectángulo. Escribe la función que expresa la altura del rectángulo en función de la base.

6.- Se tienen 130 metros de alambrada para cercar un huerto de forma rectangular. Uno de los límites del huerto es un muro que se va a aprovechar para no tener que poner alambrada en uno de los lados del rectángulo.

- Escribe la fórmula de la función que da el área del huerto en función de x .
- ¿Para qué dimensiones del huerto se encerrará el área máxima?

7.- En la factura del teléfono móvil me han cobrado 40 céntimos por 4 minutos y 1 euro y 3 céntimos por 13 minutos. Calcula cuál es la cuota fija por establecimiento de llamada y cuánto cobran por cada minuto.

8.- El perímetro de un rectángulo mide 28 centímetros y su diagonal mide 10 centímetros, calcula la longitud de sus lados.

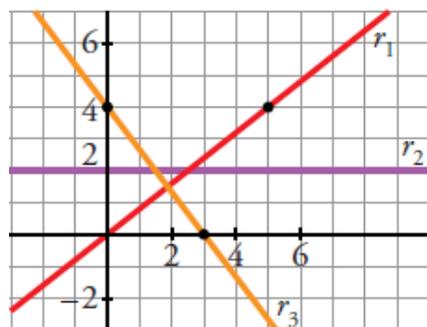
9.- Representa en los mismos ejes las funciones $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Escribe todas las características generales de las dos funciones (dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad y tendencias).

10.- El periodo de semidesintegración del estroncio 90 es de aproximadamente 30 años. Esto significa que la mitad de cualquier cantidad dada de estroncio 90 se desintegrará en 30 años. Si una muestra de estroncio tiene una masa de 40 g, a) encuentra la expresión algebraica que exprese la cantidad de esa masa que queda después de t años (cantidad de masa en función del tiempo). b) ¿Qué cantidad de masa queda después de 40 años?

11.- En el recibo de teléfono de una cierta compañía se pagan 35 € si hablas entre 0 y 300 min y cada minuto que pasa de los 300 minutos se paga a 0,50 € Completa la tabla de valores de la función que a los minutos hablados le haga corresponder el importe. Después representa la función de 0 a 400 minutos.

| Minutos | 100 | 200 | 300 | 350 | 400 |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Coste | | | | | |

12.- Asocia cada recta a su ecuación

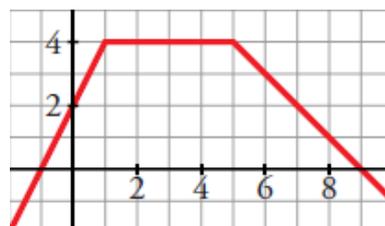


- $y - 2 = 0$
- $4x - 5y = 0$
- $4x + 3y = 12$

13.- Determina el dominio de las siguientes funciones:

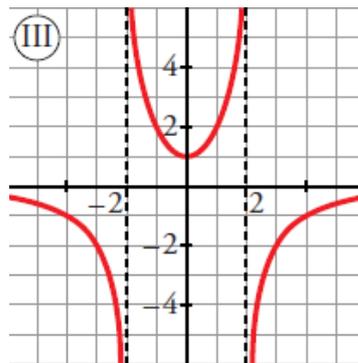
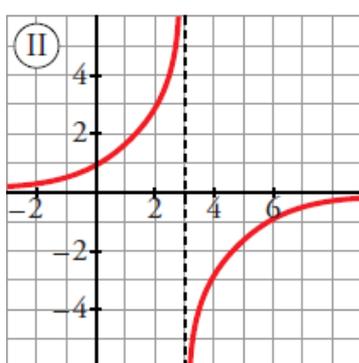
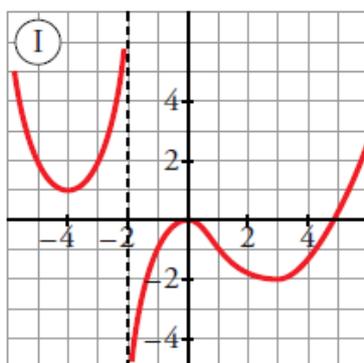
- $f(x) = \sqrt{3-x}$
- $g(x) = \frac{1}{4x+x^2}$

14.- Halla la expresión analítica de la función que se representa:



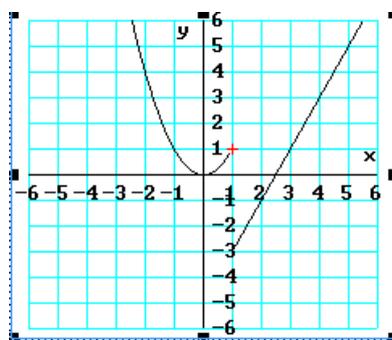
15.- Las gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas.

- Escribe su dominio y su recorrido
- Di cuáles son los puntos de discontinuidad.
- Indica si tienen máximos o mínimos y di cuáles son.
- ¿En qué intervalos son crecientes y en cuáles son decrecientes?

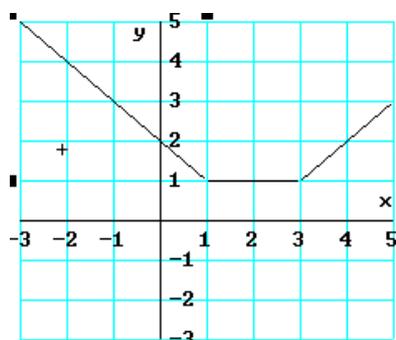


16.-Escribe la expresión algebraica de las funciones a trozos que aparecen en las gráficas:

a)



b)



- Indica su dominio y su recorrido
- ¿Son continuas?
- indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento

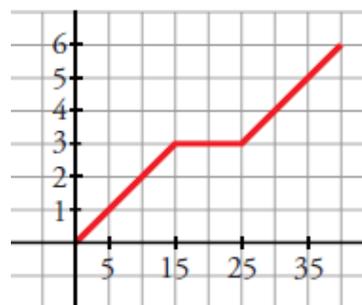
17.- Una casa A de alquiler de coches cobra 3 € por cada hora. Otra casa B cobra una cantidad fija de 10 € más 2 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar un coche en la casa A y en la casa B

18.- Por el alquiler de un coche cobran 100 € diarios más 0.30 € por kilómetro. Encuentra la ecuación de la recta que relaciona el coste diario con el número de kilómetros y represéntala. Si en un día se ha hecho un total de 300 km, ¿qué importe debemos abonar?

19.- Un fontanero cobra 18 € por el desplazamiento y 15€ por cada hora de trabajo.

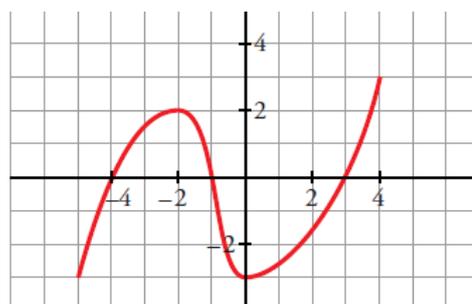
- Haz una tabla de valores de la función *tiempo-coste* y represéntala gráficamente.
- Si ha cobrado por una reparación 70,50 €, ¿cuánto tiempo ha invertido en la reparación?

20.- Busca la expresión analítica de esta función que muestra la altura a la que está un ascensor que sube hasta un 6º piso con una parada en el 3º.



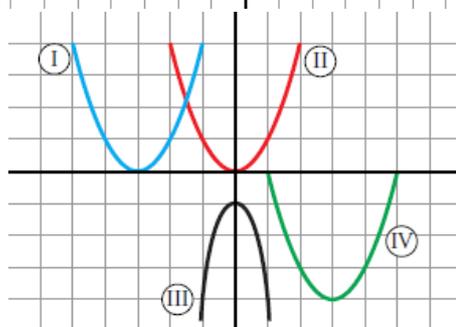
21.- Observa la gráfica de la función y responde:

- ¿Cuál es su dominio de definición?
- ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?
- ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?
- ¿Para qué valores de x es creciente y para cuáles es decreciente?



22.- Asocia a cada una de las gráficas una de las expresiones siguientes:

- $y = x^2$
- $y = x^2 - 6x + 5$
- $y = (x + 3)^2$
- $y = -3x^2 - 1$



23.- La altura, h , a la que se encuentra en cada instante, t , un proyectil que lanzamos verticalmente con una velocidad de 500 m/s, es: $h = 500t - 5t^2$

- Haz una representación gráfica.
- Di cuál es su dominio de definición.
- ¿En qué instante alcanza la altura máxima? ¿Cuál es ésta?
- ¿En qué intervalo de tiempo el proyectil está a una altura superior a los 4 500 metros?

24.- Indica el dominio y representa gráficamente las siguientes funciones:

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| a) $y = 3 + \sqrt{x}$ | b) $y = \frac{2}{x} - 1$ | c) $y = \log_2 x$ | d) $y = 3^x$ |
| e) $y = 3 + \sqrt{x+1}$ | f) $y = \frac{2}{x+1}$ | g) $y = \log_{1/3} x$ | h) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ |

25.- Representa la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 & \text{si } x < 1 \\ -1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ ¿Cuál es la imagen del 1, $f(1)$? ¿Y la del 0?

Indica el dominio, recorrido, los puntos de corte con los ejes los intervalos de crecimiento y decrecimiento y dónde es continua la función.

26.- Resuelve analítica y gráficamente el sistema:

$$\left. \begin{aligned} y &= x^2 - 2x + 1 \\ y &= -2x + 2 \end{aligned} \right\}$$

27.- Comprueba analítica y gráficamente que el sistema no tienen solución:
$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{x-1} \\ y = -x+1 \end{array} \right\}$$

28.- Halla los puntos comunes de las funciones $y = \sqrt{x}$ e $y = x^2$

29.- Resuelve analítica y gráficamente los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} y = \frac{2}{x+1} \\ y = 3x-4 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} y = \sqrt{x+1} \\ y = x-5 \end{array} \right\}$$

30.- Las ventanas de un edificio de oficinas han de tener 2 m² de área.

- a) Haz una tabla que muestre cómo varía la altura de las ventanas según la longitud de la base.
b) Representa la función *base-altura*.

31.- Con un listón de madera de 3 metros de largo, queremos fabricar un marco para un cuadro.

- a) Si la base midiera 0,5 m, ¿cuánto medirían la altura y la superficie del cuadro?
b) ¿Cuál es el valor de la superficie para una base cualquiera x ?
c) ¿Para qué valor de la base se obtiene la superficie máxima?
d) ¿Cuánto vale dicha superficie?

32.- Representa las siguientes funciones a trozos:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 4-x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x+2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} -2x-3 & \text{si } x < -1 \\ -1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x-3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -x+4 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \text{d) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & \text{si } x \leq 1 \\ 3x-4 & 1 < x \leq 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

33.- Calcula a y b para que la función $y = \frac{a}{x-b}$ pase por los puntos (2, 2) y (-1, -1). Representa luego dicha función.

34.- Calcula la recta que pasa por los puntos (2, 2) y (-1, -1). Representa luego dicha recta.

35.- Calcula la parábola que pasa por los puntos (0, 1), (2, 5) y (-1, 8). Representa luego dicha parábola.

PORCENTAJES

1. Un artículo que costaba 4800 €, subió primero un 10%, luego subió un 22% y finalmente bajó un 30%. ¿Cuál es el precio actual?. ¿Cuál es la variación porcentual que ha sufrido el artículo realmente?

2. En el contrato de alquiler de un apartamento figura que el precio subirá un 5% anual. Si el precio era de 250 € mensuales, ¿cuál será dentro de 5 años? Escribe la función que da el precio del alquiler según los años transcurridos.

3. Llamamos inflación a la pérdida de valor del dinero; es decir, si un artículo que costó 100 € al cabo de un año cuesta 115 €, la inflación habrá sido del 15%. Supongamos una inflación constante del 15% anual. ¿Cuánto costará dentro de 5 años un terreno que hoy cuesta 50 000 euros?

4. En un bosque en etapa de crecimiento se mide el volumen de madera y se obtiene 10 250 m³. Se observa que el bosque crece a un ritmo de un 2% anual.

- ¿Qué cantidad de madera tendrá dentro de 10 años?
- ¿Cuál es la función que da la cantidad de madera según los años transcurridos, suponiendo que se mantenga el ritmo de crecimiento?

5. Un artículo que costaba 98 € se ha rebajado un 17 % ¿Cuánto cuesta ahora?

6. Los pisos han subido en los últimos 20 años un 8 % ¿Cuánto cuesta ahora un piso que hace 20 años costaba 125 000 €?

7. Completa la siguiente tabla:

| Cantidad | Variación | Índice de | Cantidad |
|----------|-----------|-----------|----------|
| 23 490 | + 23 % | 1,23 | 28 892,7 |
| 44 560 | - 13 % | | |
| | - 9 % | | 10 920 |
| 4 266 | | 0,97 | |
| 12187,5 | | | 23 400 |
| | - 0,5 % | | 15 124 |
| | + 7 | | 457,96 |

8. Por un artículo que estaba rebajado un 12% hemos pagado 26,4 euros. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

9. El precio de un litro de gasóleo era de 0,51 euros y, al cabo de un año, se transformó en 0,65 euros. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida?

10. Un ordenador cuesta 1 036 euros sin I.V.A. Sabiendo que se aplica un 16% de I.V.A., ¿cuál será su precio con I.V.A.?

11. El precio de un litro de leche (con I.V.A.) es de 0,6 euros. Sabiendo que el IVA en alimentación es del 7%, ¿cuál será su precio sin I.V.A.?

12. En un pueblo que tenía 200 habitantes, ahora viven solamente 80 personas. ¿Qué porcentaje representa la disminución de la población?

13. El precio sin I.V.A. de un determinado medicamento es de 15 euros.

- Sabiendo que el I.V.A. es del 4%, ¿cuanto costará con I.V.A.?
- Con receta médica solo pagamos el 40% del precio total. ¿Cuánto nos costaría este medicamento si lo compráramos con receta?

14. Un artículo que costaba inicialmente 60 euros fue rebajado en diciembre un 12%. En el mes de enero tuvo una segunda rebaja de un 15%; y, en febrero, se rebajó otro 10%.

- Calcula el precio final después de las tres rebajas
- ¿Cuál es el porcentaje total de rebaja?

15. Un contrato de alquiler ha subido un 2% anual durante los tres últimos años. Calcula el precio mensual que tendremos que pagar actualmente, sabiendo que hace 3 años pagábamos 420 euros al mes.

16. El precio de un artículo ha aumentado en un 2%; pero, después, ha tenido una rebaja de un 5%. Calcula el índice de variación total y la disminución porcentual del precio.

17. Calcula en cuánto se transforma un capital de 2 500 euros depositado durante 4 años al 7% de interés compuesto anual.

18. Un capital de 4 000 euros colocado al 8% de interés compuesto anual se ha convertido en 5 441,96 euros. ¿Cuántos años han transcurrido?

- 19.** Un capital de 25 000 euros se ha transformado en 42 500 euros al cabo de 10 años. Calcula el tanto por ciento de interés simple anual al que se ha colocado.
- 20.** Calcula en cuánto se transforman 800 euros al 10% de interés compuesto anual, en 15 años.
- 21.** Hace 4 años depositamos una cantidad al 5% de interés compuesto anual. Al final el banco nos ha dado 15193'93 € ¿Cuánto dinero depositamos hace cuatro años?
- 22.** ¿Qué intereses obtenemos al cabo de 12 años si obtenemos un 15% anual de interés simple?
- 23.** Una cantidad de dinero invertida a interés compuesto durante 5 años al 4% produce unos intereses de 244 €. ¿Qué cantidad hemos invertido?
- 24.** Calcula el interés obtenido al invertir 2000 € a interés compuesto durante 10 años con un rédito del 2'75%.
- 25.** ¿Cuánto tiempo debo mantener 3000 € en un depósito a interés simple con un rédito del 3% para obtener unos intereses de 225 €?
- 26.** En un banco ofrecen el 2,4 % de interés compuesto anual y pagan los intereses semestralmente. ¿En cuanto se convierten 12 000 € al cabo de 8 años?

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- 1.-** En un instituto se venden camisetas para obtener dinero a fin de realizar una excursión. He aquí el número de camisetas vendidas a un grupo de 30 alumnos:

1-2-0-2-1-3-0-3-0-0-1-2-1-1-1-2-3-0-0-1-2-4-1-0-2-4-3-2-1-0

Realiza la tabla de frecuencias.

- 2.-** Una granja de gallinas se dedica a la producción de huevos. Los pesos, en gramos, de los últimos 40 huevos recogidos son:

90-77-60-85-82-72-83-53-68-82-64-55-69-84-54-52-55-53-66-77 52-62-75-85-63-61-74-67-61-60-76-80-59-67-91-72-75-76-65-60

Realiza una tabla de frecuencias dividiendo la distribución en cinco intervalos.

- 3.-** En un centro educativo, se realizó una encuesta. Los alumnos fueron preguntados sobre el tiempo, en horas, dedicado a hacer deporte a lo largo de una semana. Se obtuvieron los datos:

| Tiempo | Nº alumnos |
|------------|------------|
| [2'4 ; 4) | 12 |
| [4 ; 5'5) | 15 |
| [5'5 ; 7) | 10 |
| [7 ; 8'5) | 7 |
| [8'5 ; 10) | 6 |

Realiza un histograma

4.- En el concurso televisivo “La Gran Parada” llegaron a la final tres participantes. Fueron sometidos a 12 pruebas y obtuvieron las siguientes puntuaciones:

Lucía: 12-11-10-10-15-8-14-12-7-16-13-10

Elena: 11-9-11-14-11-14-9-14-11-11-9-14

Diego: 11-13-10-11-10-11-8-12-8-10-11-10

Calcula la moda y la mediana en cada una de las tres series. ¿Alguna de las series tiene dos modas?

5.- Al contar el número de asignaturas suspendidas por cada alumno y alumna en la primera evaluación de un grupo de 3º de la ESO, hemos obtenido estos datos:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 6 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 5 | 0 | 0 | 0 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 5 | 4 | 2 |

a) Haz una tabla de frecuencias absolutas y el diagrama de barras correspondiente.

b) Calcula los siguientes porcentajes:

- Estudiantes que no suspendieron ninguna asignatura.
- Estudiantes que suspendieron una o dos asignaturas.
- Estudiantes que suspendieron tres o más asignaturas.

c) Haz un diagrama de sectores que refleje los porcentajes de esos tres grupos.

6.- Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de un colegio y obtiene los resultados resumidos en esta tabla:

| | | | | | |
|---------------------|------|-----|---|------|------|
| Nº DE CARIES | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| FRECUENCIA ABSOLUTA | 25 | 20 | y | 15 | x |
| FRECUENCIA RELATIVA | 0'25 | 0'2 | z | 0'15 | 0'05 |

a) Completa la tabla obteniendo x , y , z

b) Calcula el nº medio de caries.

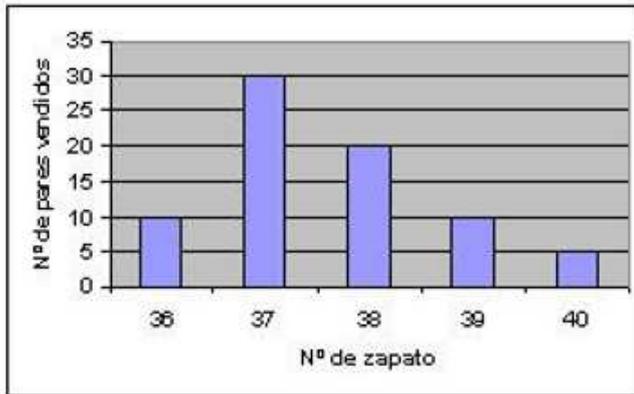
7.- El número de errores cometidos en un test por un grupo de personas viene reflejado en la siguiente tabla:

| | | | | | | | |
|----------------|----|----|---|---|---|---|---|
| Nº DE ERRORES | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nº DE PERSONAS | 10 | 12 | 8 | 7 | 5 | 4 | 3 |

a) Halla la mediana y los cuartiles. Explica su significado.

b) ¿Cuál es el número medio de errores por persona?

8.- La siguiente gráfica recoge la cantidad de pares de zapatos de mujer vendidas en una tienda a lo largo del día:



- ¿Cuál es la talla más popular de zapatos?
- ¿Cuántas mujeres usan una talla menor que 39?
- ¿Cuál es la talla media?
- ¿Cuál es la talla mediana?

9.- En una población de 25 familias se ha observado la variable X ="número de coches que tiene la familia" y se han obtenido los siguientes datos:

0 1 2 3 1 0 1 1 1 4 3 2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 1 3 2 1

- Construye la tabla de frecuencias y porcentajes de la distribución.
- Haz el diagrama de barras
- Calcula la media y la desviación típica.
- Calcula el coeficiente de variación.

10.- El peso medio de una muestra de 200 hombres es 77 kg. con una desviación típica de 6 kg. y el peso medio de una muestra de 100 mujeres es de 55 kg. Con una desviación típica de 4 kg.

- Obtener el peso medio de la muestra conjunta de las 300 personas.
- ¿Cuál de las dos poblaciones puede considerarse más variable?
- Si el Sr. López pesa 88 kg. y la Sra. López pesa 63 kg. ¿Cuál de ellos es más grueso en relación a su grupo?

11.- Los siguientes datos agrupados representan las alturas (en dm) de 30 arbustos situados en una parcela:

| Intervalos | [15,25) | [25,35) | [35,45) | [45,55) | [55,65) |
|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| frecuencia | 6 | 4 | 15 | 3 | 2 |

- Determina la clase modal y la clase mediana.
- Representa dichos datos en un Histograma.
- Determina las marcas de clase y halla la altura media de los arbustos.

12.- Añade dos datos a la serie:

4 4 3 3 4 6 7 7 6 3 7 7 4 5 5

- a) Para que la media no varíe b) Para que la media sea 6 c) Para que la mediana no varíe

13.- Esta tabla muestra el número de suspensos en una evaluación de los estudiantes de una clase:

| | | | | | | |
|---------------|----|---|---|---|---|---|
| Nº suspensos | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Nºestudiantes | 10 | 4 | 5 | 2 | 4 | 3 |

Se pide:

- a) Calcula la moda, la mediana y la media.
 b) Halla la varianza y la desviación típica.
 c) Representa los datos en un polígono de frecuencias.

14.- En una maternidad se han tomado los pesos (en kilogramos) de 50 recién nacidos y se obtuvieron los siguientes datos:

- a) Haz una tabla con las marcas de clase y las frecuencias y representa los datos en un Histograma
 b) Calcula la media y la desviación típica.
 c) ¿En qué intervalo está la mediana?

| INTERVALO | f_j |
|-----------|-------|
| 1,65-2,05 | 4 |
| 2,05-2,45 | 5 |
| 2,45-2,85 | 13 |
| 2,85-3,25 | 17 |
| 3,25-3,65 | 8 |
| 3,65-4,05 | 3 |

15.- La mediana y los cuartiles de la distribución de “Aptitud para la música” (escala 1-100) en un colectivo de personas son $Q1 = 31$, $Me = 46$ y $Q3 = 67$. Completa las siguientes afirmaciones:

- a) El 75% tiene una aptitud superior o igual a.....
 b) El 25% tiene una aptitud superior o igual a.....
 c) El% tiene una aptitud igual o menor a 46 puntos.
 d) El% tiene una aptitud superior o igual a 46 e inferior o igual a 67.

16.- La altura, en centímetros, de un grupo de 40 alumnos de una misma clase tiene los siguientes parámetros: $Q1 = 170\text{cm}$ $Me = 175\text{cm}$ $Q3 = 178\text{cm}$

- a) ¿Cuántos alumnos tienen una estatura comprendida entre 175cm y 178cm?
 b) ¿Cuántos alumnos miden más de 170cm?